جمهورية العراق
وزارة التربية
المديرية العامة للمناهج

9

الجزء الثاني

سلسلة كتب الرياضيات للمرحلة المتوسطة

الرياضيات

للصف الثالث المتوسط

المؤلفون

د. أمير عبد المجيد جاسم	د. طارق شعبان رجب
د. سمير قاسم حسن	د.منير عبد الخالق عزيز
حسين صادق كاظم	زينة عبد الامير حسين

الطبعة الثانية
١٤٤٠هـ / ٢٠١٩ م

بُنيتْ وصُمِّمَتْ (سلسلةُ كُتُبِ الرّياضيّاتِ للمرحلةِ المتوسطةِ) على أيــدي فريقٍ من المتخصّصين في وزارةِ التّربيةِ / المديريةُ العامةُ للمناهـجِ وبمشاركةِ متخَصّصينَ من أساتذةِ الجامعاتِ في وزارةِ التّعليمِ العالي والبحثِ العلمي على وفقِ المعاييرِ العالميةِ لتُحقّقَ أهدافَ بناءِ المنهجِ الحديثِ المتمثّلةِ في جعلِ الطّلابِ:

- مُتعلّميـنَ ناجحيـنَ مـدى الحيـاةِ.
- أفـــراداً واثقيـــنَ بأنفسهـم.
- مواطنينَ عراقيينَ يشعُرونَ بالفخرِ.

المشرفُ العلميُّ على الطّبع
د. أمير عبد المجيد جاسم
الخَبيرُ اللّغويُّ
علي مصطفى ابراهيم

المشرفُ الفنيُّ على الطّبع
م.م. ياسر منذر محمد سعيد حبه
مُصمِّمُ الكتاب
تيسير عبد الإله ابراهيم

الغلافُ والرّسومُ الهندسيّةُ
م.م. ياسر منذر محمد سعيد
سارة خليل ابراهيم

الموقع والصفحة الرسمية للمديرية العامة للمناهج
www.manahj.edu.iq
manahjb@yahoo.com
Info@manahj.edu.iq
manahjb
manahj

المديرية العامة للمناهج
قسم التحضير الطباعي

المقدمة

تُعَدُّ مادة الرياضياتِ مِنَ الموادِ الدراسيةِ الأساسيةِ التي تُساعدُ الطالبَ على اكتسابِ الكفاياتِ التعليمية اللازمةِ لهُ، لتَنميةِ قُدراتهِ على التفكيرِ وَحل المشكلاتِ، ويساعدهُ على التعاملِ معَ المواقفِ الحياتية المختلفةِ.

وَمنْ مُنطَلَقِ الاهتمامِ الذي تُوليه وزارةُ التربية متمثلةً بالمديريةِ العامةِ للمناهجِ لتطويرِ المناهج بصورةٍ عامة ولاسيما مناهجِ الرياضياتِ لكي تواكبَ التطوراتِ العلميةَ والتكنولوجيةَ في مجلاتِ الحياةِ المختلفة، فَقَدْ وضِعت خطة لتأليفِ سلسلة كُتبِ الرياضيات للمراحل الدراسية الثلاثِ، وأُنجزتْ منها كتبُ المرحلة الابتدائيةِ وَبَدأ العمل على استكمال السلسلة بتاليفِ كتبِ المرحلةِ المتوسطةِ.

إنَ سلسلةَ كتبِ الرياضياتِ العراقية الجديدة ومن ضمنَ الإطارِ العام للمناهج تُعززُ القيم الاساسية التي تتمثل بالالتزامِ بالهويةِ العراقيةِ والتسامحِ واحترامِ الرأي والرأي الآخر والعدالةِ الاجتماعية، وتوفير فرص متكافئةٍ للتميزِ والإبداع، كما تعملْ على تعزيزِ كفاياتِ التفكيرِ والتعلمِ والكفاياتِ الشخصيةِ والاجتماعية وكفاياتِ المواطنةِ والعملِ.

بُنِيَتْ سلسلةُ كتبِ الرياضياتِ العراقيةِ على محوريةِ الطالب في عمليتي التَعليمْ والتَعَلُّمْ وَعَدةُ المحورَ الرئيسَ في العمليةِ التربويةِ على وفقِ المعاييرِ العالميةِ.

تَميزَتْ سلسلةُ كتبِ الرياضياتِ العراقيةِ للمرحلةِ المتوسطةِ في تنظيمِ الدروسِ على ستِ فقراتٍ: تَعَلَّمْ ، تَأكدْ من فِهمِكَ ، تَدرَبْ وَحِلّ التمرينات ، تَدرَبْ وحِلّ مسائلَ حياتيةً ، فَكِّرْ ، أُكتبْ.

يأتي كتابُ الرياضياتِ للصفِ الثالث المتوسطِ مشتملاً على أربعة محاور أساسية: محورُ الأعدادِ والعملياتِ، ومحورُ الجبرِ، ومحور الهندسة والقياسِ، ومحورُ الإحصاءِ والاحتمالاتِ من ضِمنَ الأوزان النسبية لكل محور، وَتَضمَن الكتابُ جزأين: الجزء الأول يحتوي على ثلاثة فصول لكل فصلٍ تمريناته، كذلك الجزء الثاني يحتوي على ثلاثة فصولِ ولكل فصلٍ تمريناته.

تَتَميزُ هذهِ الكتبُ بأنها تعرَضُ المادةُ بأساليبَ حديثةٍ، تَتَوفرُ فيها عناصر الجذبِ والتشويقِ، التي تُساعدُ الطالبَ على التفاعلِ معها، عن طريق ما تُقدِمهُ من تدريباتٍ وتمريناتٍ ومسائلَ حياتيةٍ، اضافة إلى ذلك تَمَ وَضعُ تمريناتُ الفصول في نهاية الكتابِ وهي تَخْتلفُ عن التدريباتِ والتمريناتِ في الدروسِ وذلكَ لكونها موضوعية فالإجابة عنها تكون عن طريق اختيارٍ من متعددٍ وهذا بدورهِ يهيِّئ الطالبَ للمشاركةِ في المسابقاتِ الدوليةِ.

يمثلُ هذا الكتاب امتداداً لسلسلةِ كُتبِ الرياضيات المطورةِ للمرحلةِ الابتدائيةِ ودعامةً من دعائمِ المنهجِ المطورِ في الرياضياتِ إلى جانبِ دليلِ المدرسِ، وعليه نأملُ أنْ يُسْهِمَ تَنفيذُها في اكتسابِ الطلابَ المهاراتِ العلمية والعملية وَتنميةِ ميولهم لدراسةِ الرياضيات.

اللهم وفقنا لخدمةِ عراقِناْ العزيز وأبنائِهِ ...

المؤلفون

الفصلُ 4

الهندسة الاحداثية

Coordinate Geometric



تعد رياضة التزلج من الرياضات الممتعة في الكثير من مناطق العالم، اذ توفر المنحدرات الجبلية مثالاً جيداً عن الميل. فكلما زاد ميل المنحدر تطلب مهارة اكبر من المتزلجين.

الاختبارُ القبليّ

عين النقاط على المستوي الاحداثي وحدد موقعها في الارباع او المحاور لكل مما ياتي :

1 $A(3,6)$

2 $B(-3,-5)$

3 $C(0,2)$

4 $D(-3,0)$

5 $E(-4,2)$

6 $F(3,-2)$

عين النقاط على المستوي الاحداثي، ثم تعرف الى الشكل الناتج لكل مما يأتي:

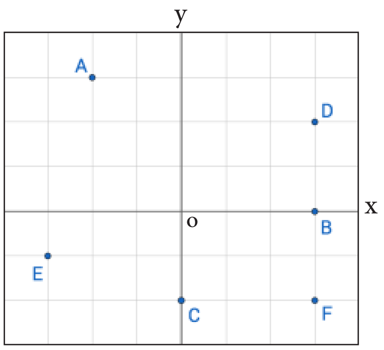
7 $A(0,3), B(3,0)\, C(-3,0)$.

8 $A(1,4), B(2,4)\, C(4,4), D(6,4)$.

9 $A(-2,4), B(-2,-3)\, C(1,4), D(1,-3)$.

10 $A(0,3), B(3,0)\, C(0,-3), D(-3,0)$.

11 اكتب احداثيات النقاط المؤشرة في المستوي الاحداثي المجاور:



مثل الجداول التالية بالمستوي الاحداثي:

12

x	y
1	3
2	4
5	7

13

x	y
5	2
-2	-5
0	3

جد قيمة y في كل مما يلي:

14 $y = 2x - 5,\ x = 0$

15 $y = -x + 7,\ x = -1$

16 $y = x^2 + x + 2,\ x = 1$

17 $3y - x^2 = 9,\ x = -2$

اذا كانت $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$ جد القيمة العددية للمقدار $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ لكل مما يلي:

18 $A(3,-5), B(-2,1)$

19 $A(-1,5), B(4,5)$

الدرسُ [4-1]

التمثيل البياني للمعادلات في المستوي الاحداثي

Graphical Represention of the Equations in the Coordinate Plane

فكرةُ الدرس

- تمثيل المعادلة الخطية في المستوي الاحداثي.
- تمثيل المعادلة التربيعية في المستوي الاحداثي.

المفردات

- الزوج المرتب.
- المستوي الاحداثي.
- المعادلة الخطية.
- المعادلة الربيعية.

تعلم

في دراسة لتحديد كمية الحليب التي تحتاج اليها جراء آكل النمل حديثو الولادة باللترات على مدى بضعة أيام، توصل الباحث الى المعادلة:

$2y - x = 0$ حيث x عدد الايام، y كمية الحليب باللترات.

كيف يمكنني تمثيل العلاقة بالمستوي الاحداثي؟



[4-1-1] التمثيل البياني للمعادلة الخطية في المستوي الاحداثي

Graphical Represention of linear Equation in the Coordinate plane

المعادلة الخطية: الصيغة العامة للمعادلة الخطية هي: $ax + by + c = 0, a, b, c \in R$ حيث a,b لاتساوي صفراً معاً والمتغيرات فيها لاتكون مرفوعة لقوة اكبر من 1 وان، تمثيلها بالمستوي الاحداثي يمثل مستقيماً.

مثال (1) لتمثيل المعادلة $2y - x = 0$ في المستوي الاحداثي نتبع مايأتي:

الخطوة (1): نجعل المعادلة بشكل $y = f(x)$ (أي y بدلالة x)

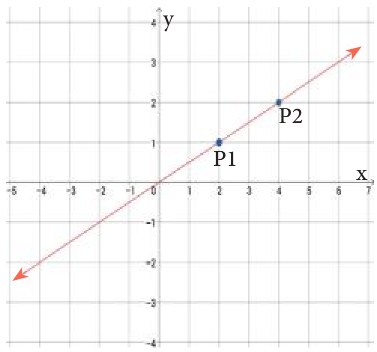
$$2y - x = 0 \Rightarrow 2y = x \Rightarrow y = \frac{1}{2}x$$

الخطوة (2): اختار في الاقل قيمتين للمتغير x ولتكن x=2, x=4 نعوضهما في المعادلة للحصول على أزواج مرتبة.

$$x = 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(2) \Rightarrow y = 1 \Rightarrow P_1(2, 1)$$

$$x = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(4) \Rightarrow y = 2 \Rightarrow P_2(4, 2)$$

الخطوة (3): نعمل جدول بالقيم الناتجة ونمثل الازواج المرتبة في المستوي الاحداثي ونصل بين النقطتين، الشكل الناتج يمثل مستقيماً.



x	y	(x,y)
2	1	$P_1(2,1)$
4	2	$P_2(4,2)$

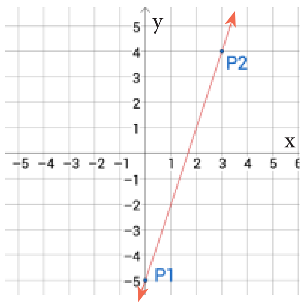
ملاحظة: معادلة المستقيم الذي يمر بنقطة الاصل، خالية من الحد المطلق.

مثال (2) مثل المعادلات التالية في المستوي الاحداثي، ماذا تلاحظ؟

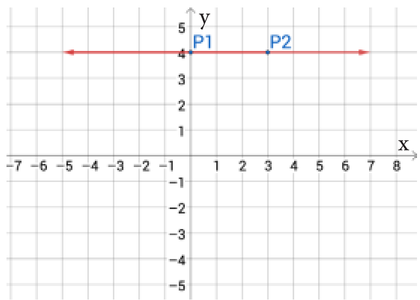
i) $y - 3x + 5 = 0$ ii) $y = 4$ iii) $x = -3$

i) $y - 3x + 5 = 0 \Rightarrow y = 3x - 5$

x	y=3x-5	(x,y)
0	3(0)-5=-5	$P_1(0,-5)$
3	3(3)-5=4	$P_2(3,4)$



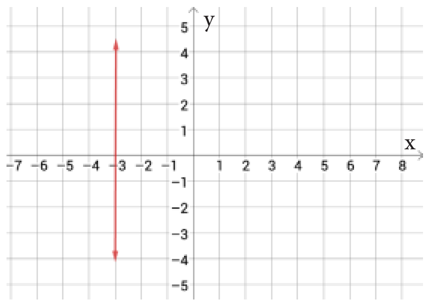
المستقيم يقطع محور السينات والصادات ولايمر بنقطة الاصل



ii) $y = 4$

x	y=4	(x,y)
0	4	$P_1(0,4)$
3	4	$P_2(3,4)$

المستقيم يوازي محور السينات وعمودي على محور الصادات عند النقطة $(0,4)$



iii) $x = -3$

المستقيم $x=-3$ يوازي محور الصادات وعمودي على محور السينات عند النقطة $(-3,0)$

يمكن وضع ما تقدم في الجدول الآتي:

المعادلة	العلاقة مع المحورين
$ax+by+c=0$	المستقيم يقطع المحورين ولايمر بنقطة الاصل
$ax+by=0$	المستقيم يقطع المحورين في نقطة الاصل
$y = k, k \in R$	المستقيم يوازي محور السينات وعمودي على محور الصادات ويمر بالنقطة $(0,k)$
$x = h, h \in R$	المستقيم يوازي محور الصادات وعمودي على محور السينات ويمر بالنقطة $(h,0)$

[4-1-2] التمثيل البياني للمعادلة التربيعية في المستوي الاحداثي
Graphical Representation of the Quadratic Equation in the Coordinate Plane

الصيغة العامة للمعادلة التربيعية هي: $y = ax^2 + bx + c$ حيث $a \neq 0, a, b, c \in R$

سوف نتطرق في هذا البند الى المعادلة التربيعية بالصيغة $y = ax^2 + c$ حيث $a \neq 0,\ a, c \in R$ وطريقة تمثيلها.

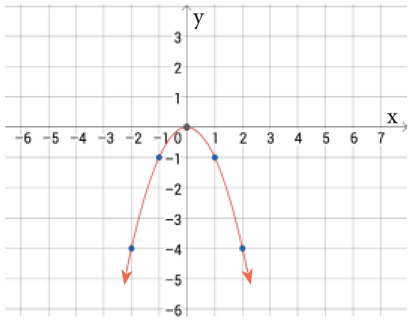
لتمثيل المعادلة $y = ax^2 + c$ نعمل الجدول المجاور

ويكون التمثيل البياني للمعادلة هو $\cup$ او $\cap$

x	$y = ax^2 + c$	y	(x,y)
قيم افتراضية -2, -1, 0, 1, 2	تعويض قيم x	الناتج	الازواج المرتبة

مثال (3)

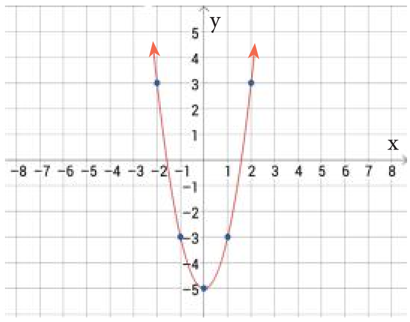
مثل المعادلة $y = -x^2$



x	$y = -x^2$	y	(x,y)
-2	$-(-2)^2$	-4	(-2,-4)
-1	$-(-1)^2$	-1	(-1,-1)
0	$-(0)^2$	0	(0,0)
1	$-(1)^2$	-1	(1,-1)
2	$-(2)^2$	-4	(2,-4)

مثال (4)

مثل المعادلة $y = 2x^2 - 5$



x	$y = 2x^2-5$	y	(x,y)
-2	$2(-2)^2-5$	3	(-2,3)
-1	$2(-1)^2-5$	-3	(-1,-3)
0	$2(0)^2-5$	-5	(0,-5)
1	$2(1)^2-5$	-3	(1,-3)
2	$2(2)^2-5$	3	(2,3)

تأكَّدْ من فهمِكَ

مثل المعادلات الخطية التالية في المستوي الاحداثي وبين علاقتها بالمحورين:

الاسئلة (1-6) مشابه للمثالين (1,2):

1. $y = 3x + 1$
2. $y = -4x$
3. $y + 3x - 2 = 0$
4. $y = 1 - 3x$
5. $y + 5 = 0$
6. $x - 5 = 0$

مثل المعادلات التربيعية التالية في المستوي الاحداثي .

الاسئلة (7-9) مشابه للمثالين (3,4):

7. $y = x^2 + 4$
8. $y = x^2$
9. $y = 1 - 3x^2$

تدربْ وحلّ التمريناتِ

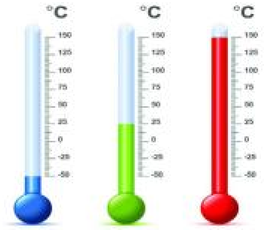
مثل المعادلات الخطية التالية في المستوي الاحداثي وبين علاقتها بالمحورين:

10. $y = -x + 4$
11. $y = x$
12. $y + x - 1 = 0$
13. $y - x - 3 = 0$
14. $x = -\frac{5}{2}$
15. $y = 0$
16. $x + y = 0$

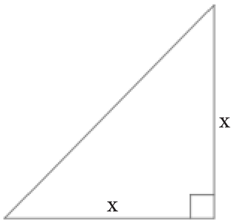
مثل المعادلات التربيعية التالية في المستوي الاحداثي .

17. $y = x^2 - 1$
18. $y = 2x^2 + 3$
19. $y = -3x^2$
20. $y = 2x^2$
21. $4y = x^2$
22. $x^2 + 5y = 1$
23. $y - 2x^2 = 0$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



24 **درجات حرارة :** المعادلة $F^\circ = \frac{9}{5}C^\circ + 32$ تبين العلاقة بين درجات الحرارة السيليزية ودرجات الحرارة الفهرنهايتية لها، مثل المعادلة بيانياً.



25 **هندسة : مثلث قائم الزاوية متساوي الساقين، طول ضلعه القائم x وحدة، f(x) تمثل مساحته.** i) اكتب العلاقة f(x) بدلالة x.

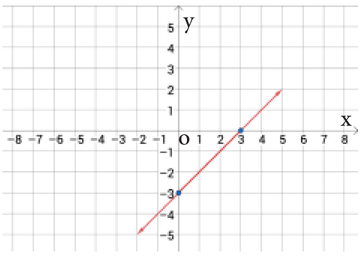
ii) مثل العلاقة f(x) في المستوي الاحداثي.

26 **فيزياء :** يمثل القانون $F = 9.8m$ القوة الناجمة على تأثير جاذبية الارض على جسم، حيث F القوة بالنيوتن، m كتلة الجسم بالكيلوغرام، مثل القانون بالمستوي الاحداثي.



27 **اعمال :** تتقاضى شركة معدات بناء 10 الاف دينار كتأمين، يضاف اليها 5 الاف دينار عن كل ساعة، اكتب المعادلة التي تعبر عن المسألة، ثم مثلها بيانياً في المستوي الاحداثي.

فَكِّرْ



28 **اكتشف الخطأ:** مثل محمد المعادلة الخطية التالية y=-3x+9 بالشكل البياني المجاور. اكتشف خطأ محمد وصححه.

29 **مسألة مفتوحة: أعط مثالاً لمعادلة خطية على صورة ax+by+c=0 لكل حالة:**

$i)\ a = 0 \qquad ii)\ b = 0 \qquad iii)\ c = 0$

30 **تحدٍ:** شكلت الازواج المرتبة التالية (0,4),(1,6),(-1,2) مستقيماً، ما نقطة تقاطع هذا المستقيم مع محور السينات؟

31 **تبرير:** بين اذا كانت الازواج المرتبة الآتية: $\{(2,4),(1,1),(0,0),(-1,1),(-2,4)\}$ تمثل دالة خطية ام تربيعية.

32 **حس عددي:** $y = x + 1,\quad y = x^2 + 1$ ايهما تمثل دالة تربيعية؟ وضح ذلك.

أُكتبْ

خطوات تبين ان y=4x+3 معادلة خطية؟

الدرسُ [4-2]

ميل المستقيم — Slope of a Line

فكرةُ الدرس
- ايجاد ميل المستقيم
- ايجاد المقطع الصادي
- ايجاد المقطع السيني

المفردات
- التغير العمودي
- التغير الافقي
- المقطع السيني
- المقطع الصادي
- الميل

تعلم

المنحدرات الجبلية تُعدّ مثلاً جيداً على الميل، فكلما زاد ارتفاع الجبل زاد الميل.

كيف يمكننا تحديد ميل المنحدرات؟



[4-2-1] ايجاد ميل المستقيم — Finding the Slope of the line

الميل: يُعرف ميل المستقيم غير الرأسي بانه النسبة بين التغير العمودي والتغير الافقي.

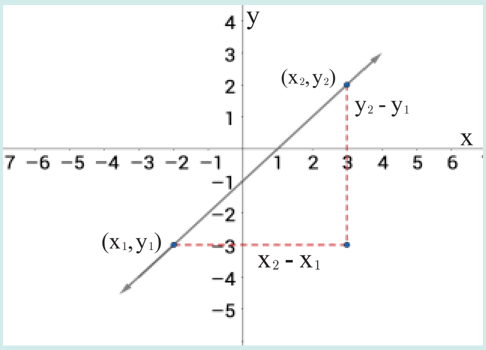
التغير العمودي: هو التغير الصادي ويساوي y_2-y_1

التغير الافقي: هو التغير السيني ويساوي x_2-x_1

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الصادي}}{\text{التغير السيني}}$$

اي: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ حيث $x_2 - x_1 \neq 0$

m: هو ميل المستقيم المار بالنقطتين $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$



يمكن ان يكون ميل المستقيم موجباً او سالباً اذا لم يكن افقياً او رأسياً وقد يكون صفراً (افقياً) او غير محدد (رأسياً).

مثال (1) جد ميل المستقيم المار بنقطتين في كل مما يأتي:

i) $A(5,7), B(-2,1)$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ميل المستقيم المار بنقطتين

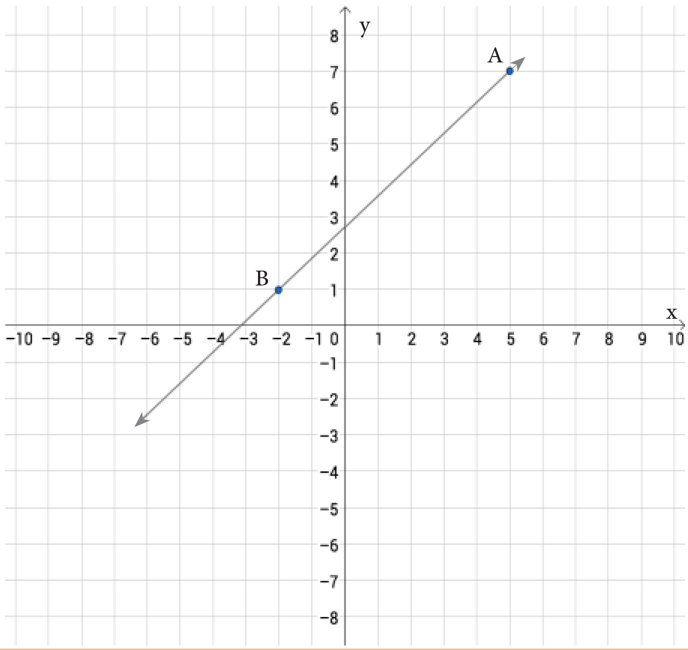
$m = \frac{1-7}{-2-5}$ نعوض بالنقطتين

$m = \frac{-6}{-7}$ بالتبسيط

$m = \frac{6}{7}$

لذا ميل $\overleftrightarrow{AB}$ هو $\frac{6}{7}$ (موجب)

الميل موجب (المستقيم نحو الاعلى) عند التحرك من اليسار الى اليمين قيم y تتزايد.



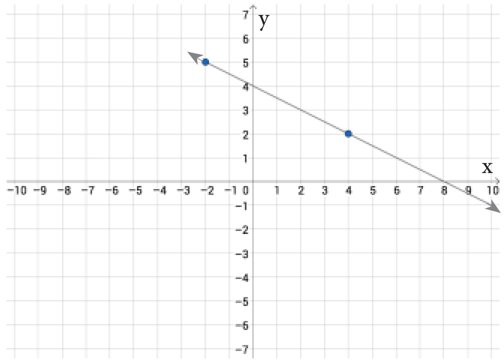
ii) A (-1,5) , B (4,2)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ميل المستقيم المار بنقطتين

$= \frac{2 - 5}{4 - (-1)}$ نعوض بالنقطتين

$= \frac{-3}{5}$ لذا ميل $\overleftrightarrow{AB}$ هو $\frac{-3}{5}$ (سالب)

الميل سالب (المستقيم نحو الاسفل) عند التحرك من اليسار الى اليمين، قيم y تتناقص.



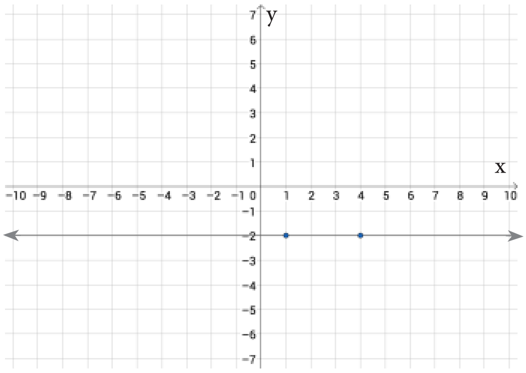
iii) A (1, - 2) , B (4, - 2)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ميل المستقيم المار بنقطتين

$= \frac{-2 - (-2)}{4 - 1}$ نعوض بالنقطتين

$= \frac{0}{3} = 0$ لذا ميل $\overleftrightarrow{AB}$ هو 0

الميل صفر (المستقيم افقي) يوازي محور السينات، قيم y ثابتة.



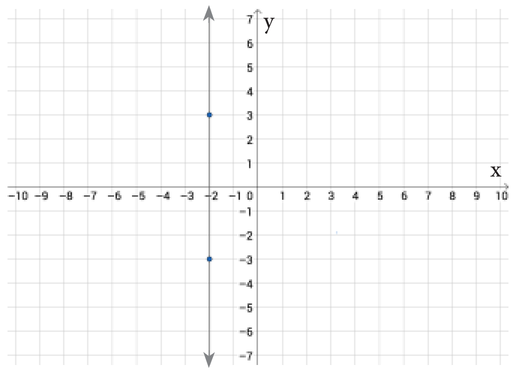
iv) A (-2,3) , B (-2, - 3)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ميل المستقيم المار بنقطتين

$= \frac{-3 - 3}{(-2) - (-2)}$ نعوض بالنقطتين

$= \frac{-6}{0}$ لايجوز القسمة على 0 لذا ميل $\overleftrightarrow{AB}$ غير محدد

الميل غير محدد (المستقيم شاقولي) يوازي محور الصادات، قيم x ثابتة



مثال (2) يمثل الجدول المجاور تغير درجات الحرارة بالزمن (بالساعات)، جد ميل المستقيم واشرح مايعنيه.

درجات الحرارة	الزمن (الساعات)
-2	1
1	2
4	3
10	5

اختار اي نقطتين من الجدول ولتكن $(x_1, y_1) = (1, -2)$

$(x_2, y_2) = (3, 4)$

ميل المستقيم المار بنقطتين $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

التعويض والتبسيط $= \frac{4 + 2}{3 - 1} = \frac{6}{2} = 3$

بما ان ميل المستقيم 3 فان درجات الحرارة تزداد 3 درجات سيليزية كل ساعة.

[2-2-4] تقاطع المستقيم مع المحورين في المستوي الاحداثي
Intersection the Line with axes in Coordinate plane

يمكنك ان تمثل بسهولة معادلة المستقيم من خلال ايجاد نقطتي تقاطع المستقيم مع المحورين.

المقطع السيني: هو قيمة x من تقاطع المستقيم مع محور السينات، اي بالتعويض من $y = 0$. ونقطة التقاطع $(x,0)$

المقطع الصادي: هو قيمة y من تقاطع المستقيم مع محور الصادات، اي بالتعويض من $x = 0$.ونقطة التقاطع $(0,y)$

مثال (3) جد المقطع السيني و الصادي للمستقيم $3x + 5y = 15$.

المقطع الصادي

المعادلة	$3x + 5y = 15$
نعوض من $x = 0$	$3(0) + 5y = 15$
تبسيط	$5y = 15$
بقسمة طرفي المعادلة على 5	$y = \frac{15}{5}$
	$y = 3$

لذا المقطع الصادي هو 3.

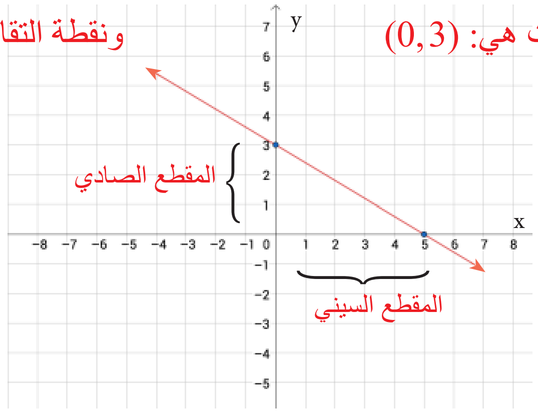
ونقطة التقاطع مع محور الصادات هي: $(0,3)$

المقطع السيني

المعادلة	$3x + 5y = 15$
نعوض من $y = 0$	$3x + 5(0) = 15$
تبسيط	$3x = 15$
بقسمة طرفي المعادلة على 3	$x = \frac{15}{3}$
	$x = 5$

لذا المقطع السيني هو 5.

ونقطة التقاطع مع محور السينات هي: $(5,0)$



مثال (4) **جد المقطع السيني والصادي ان وجد لكل مما يأتي:**

ii) $y = 4$

$y=4$ تمثل المقطع الصادي ونقطة التقاطع $(0,4)$

المستقيم // محور السينات

i) $x = -2$

$x=-2$ يمثل المقطع السيني ونقطة التقاطع $(-2,0)$

المستقيم // محور الصادات

تأكَّدْ من فهمِكَ

جد ميل المستقيم المار بالنقطتين، أموجب الميل أم سالب أم صفر أم غير محدد، ثم حدد اتجاه حركته لكل مما ياتي:

الاسئلة (1-6) مشابهة للمثالين(1,2):

1. $(-2,-2),(-4,1)$
2. $(0,0),(3,2)$
3. $(-4,4),(2,-5)$
4. $(5,0),(0,2)$
5. $(4,3),(4,-3)$
6. $(-6,-1),(-2,-1)$

جد المقطع السيني والمقطع الصادي لكل مما ياتي:

الاسئلة (7-18) مشابهة للمثالين (3,4):

7. $3x + 6y = 18$
8. $y + 2 = 5x - 4$
9. $y = -4x$
10. $y = -x + 8$
11. $5x = y - 8$
12. $y = -\frac{3}{4}x - 5$
13. $2x + 6y = 12$
14. $y + 4 = 2x - 4$
15. $y = -5x$
16. $x = 4$
17. $3y = -6$
18. $y = -\frac{1}{2}x + 4$

تدربْ وحلّ التمريناتِ

جد ميل المستقيم المار بالنقطتين، أموجب الميل أم سالب أم صفر أم غير محدد ثم حدد اتجاه حركته لكل مما ياتي:

19 $(4,4),(2,3)$

20 $(6,2),(0,2)$

21 $(-2,4),(5,5)$

22 $(-2,-3),(2,4)$

23 $(3,-5),(0,0)$

24 $(\frac{3}{2},\frac{1}{4}),(\frac{3}{2},\frac{3}{4})$

جد المقطع السيني والمقطع الصادي لكل مما ياتي:

25 $2x+4y=12$

26 $3y-7x=9$

27 $y=-3.5x+2$

28 $y=-\frac{3}{2}x$

29 $x=-4$

30 $0=y+3$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

31 **فيزياء:** يمثل الجدول المجاور كمية السائل المتدفق من حوض خلال فترة زمنية، جد ميل المستقيم الذي يمثله الجدول. وفسر مايعنيه.

كمية السائل المتسرب	
الزمن (ثوان)	حجم السائل m^3
10	40
13	52
16	64
19	76

32 **نبات: اذا كان طول نبتة 30cm، في غضون كل شهرين تنمو بمقدار ثابت 4cm اخرى.**

i) اكمل الجدول.

ii) ما ميل المستقيم الذي تمثله العلاقة بين طول النبتة والزمن؟

iii) اكتب الدالة الخطية التي يمثلها الجدول.

iv) مثل الدالة في المستوي الاحداثي.

الزمن	0	2	4
طول النبتة			

فَكِّرْ

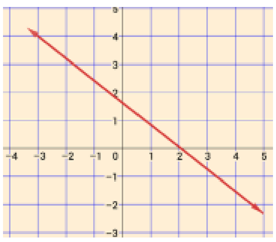
33 **تحدٍ:** جد قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بنقطتين $(1,6),(-5,a)$ يساوي $\frac{1}{2}$.

34 **تفكير ناقد:** هل يمكنك تحديد ميل مستقيم يمر بالنقطتين $(7,-3),(7,3)$ ؟

35 **اكتشف الخطأ:** ميل المستقيم الذي يمر في النقطتين $(0,3),(3,-1)$ هو $\frac{3}{4}=\frac{3-0}{3-(-1)}$ اكتشف الخطأ وصححه.

36 **مسألة مفتوحة:** اذكر نقطتين على مستقيم يكون ميله $=-\frac{1}{3}$

37 **تفكير ناقد:** من الشكل البياني المجاور حدد اتجاه المستقيم.



أُكتبْ

باسلوبك ماذا يعني الميل يساوي صفراً، والميل غير محدد.

الدرسُ [4-3] معادله المستقيم The Equation of the Line

فكرةُ الدرس

ايجاد معادلة مستقيم علم منه:
- نقطتان
- ميل - نقطة
- ميل - مقطع

المفردات
- الميل
- المقطع

تعلم

يقطع راكب دراجة هوائية 20 كيلو متراً في ساعتين و يقطع 50 كيلو متراً في خمس ساعات، ما المعادلة الخطية التي تربط بين المسافة و الزمن؟



[4-3-1] كتابة معادلة مستقيم بمعرفة نقطتين منه
Writing Equation of Line with two Points of it

معادله مستقيم يمر بالنقطتين $B(x_2,y_2), A(x_1,y_1)$

تعلمت سابقاً ايجاد ميل مستقيم يمر بالنقطتين A,B حيث $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

على فرض ان النقطة $C(x,y)$ تقع على المستقيم فيكون ميل المستقيم المار بالنقطتين A,C هو $m=\frac{y-y_1}{x-x_1}$

من المعلوم ان ميل المستقيم ثابت في جميع نقاطه لذلك فإن:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

هذه المعادلة تمثل معادله المستقيم AB.

مثال (1) نجد المعادلة الخطية في فقرة (تعلم):

نفرض ان $A(2,20)$, $B(5,50)$, $C(x,y)\in\overleftrightarrow{AB}$

$\Downarrow$ $x_1=2, y_1=20$ ، $\Downarrow$ $x_2=5, y_2=50$

كتابة معادلة المستقيم المار بنقطتين $\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

التعويض من $(x_2,y_2),(x_1,y_1)$ $\frac{y-20}{x-2}=\frac{50-20}{5-2}$

بالتبسيط $\frac{y-20}{x-2}=\frac{30}{3}$

الضرب التبادلي $y-20=10x-20$

$y=10x$

اذن معادلة المستقيم هي $y-10x=0$

[4-3-2] كتابة معادلة المستقيم بمعرفة ميله ونقطة منه
Writing Equation of Line with the Slop and one Point of it

معادلة مستقيم ميله m ويمر بالنقطة (x_1,y_1):

تعلمت سابقاً معادلة مستقيم يمر بنقطتين و التي هي $\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

وتعلمت ان ميل مستقيم مار بالنقطتين $(x_2,y_2),(x_1,y_1)$ هو $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

لذلك يمكن كتابة المعادلة في أعلاه بشكل $\frac{y-y_1}{x-x_1}=m$

وبالضرب التبادلي نحصل على المعادلة المطلوبة $y-y_1=m(x-x_1)$

مثال (2) استعمل معادلة الميل والنقطة لكل مستقيم لتحديد ميله والنقطة المار بها:

$i)\ y-3=-5(x-2)$

$y-3=-5(x-2)$

$y-y_1=m(x-x_1)$ معادلة الميل - النقطة

بالمقارنة $m=-5,\ (x_1,y_1)=(2,3)$

$ii)\ y+7=\frac{2}{5}x$

$y-(-7)=\frac{2}{5}(x-0)$

$y-y_1=m(x-x_1)$ معادلة الميل - النقطة

بالمقارنة $m=\frac{2}{5}\ ,(x_1,y_1)=(0,-7)$

مثال (3) جد معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{1}{2}$ ومقطعه السيني يساوي -1 .

معادلة الميل - النقطة $y-y_1=m(x-x_1)$

الميل، النقطة $m=\frac{1}{2},\quad x_1=-1,\quad y_1=0\Rightarrow p(-1,0)$

بالتعويض من الميل والنقطة $y-0=\frac{1}{2}(x-(-1))$

تبسيط $y=\frac{1}{2}(x+1)$

ضرب طرفي المعادلة في 2 $2y=x+1$

معادلة المستقيم المطلوب $2y-x=1$

[4-3-3] كتابة معادلة المستقيم بمعرفه ميله ومقطعه مع أحد المحورين

Writing Equation of the Line with the Slope of it and one intercept with axes

معادلة المستقيم بدلالة ميله m ومقطعه الصادي k هي: $y=mx+k$

مثال (4) استعمل معادلة الميل و المقطع لكل مستقيم لتحديد ميله ومقطعه:

$i)\ 2x+3y=6\quad ii)\ 5x=7y+8\quad iii)\ y=x\quad iv)\ y=1\quad v)\ y=0\quad vi)\ y+x=5$

i)

بقسمة طرفي المعادلة على 3 $2x+3y=6\Rightarrow 3y=-2x+6$

المقارنة مع معادلة الميل - مقطع
$y=\frac{-2}{3}x+2$
$y=mx+k$

$\therefore m=\frac{-2}{3},\quad k=2$

ii)

بقسمة المعادلة على 7 $5x=7y+8\Rightarrow 7y=5x-8$

المقارنة مع معادلة الميل - مقطع
$y=\frac{5}{7}x-\frac{8}{7}$
$y=mx+k$

$\therefore m=\frac{5}{7},\quad k=\frac{-8}{7}$

iii) $y=x\Rightarrow y=1x+0$

المقارنة مع معادلة الميل - مقطع
$y=1x+0$
$y=mx+k$

$\therefore m=1,\quad k=0$

iv)

المقارنة مع معادلة الميل - مقطع
$y=0x+1$
$y=mx+k$

$\therefore m=0,\quad k=1$

v)

المقارنة مع معادلة الميل - مقطع
$y=0x+0$
$y=mx+k$

$\therefore m=0,\ k=0$

vi)

المقارنة مع معادلة الميل - مقطع
$y=-1x+5$
$y=mx+k$

$\therefore m=-1,\quad k=5$

مثال (5) مستقيم يمر في النقطة $(5,-1)$ وميله $\frac{-2}{5}$. جد مقطعه ومعادلته.

الطريقة الثانية		الطريقة الاولى	
معادلة الميل - النقطة	$y-y_1=m(x-x_1)$	معادلة الميل - المقطع	$y=mx+k$
معطى	$m=\frac{-2}{5},\ p(5,-1)$	معطى	$m=\frac{-2}{5}$
بالتعويض من النقطة و الميل	$y-(-1)=\frac{-2}{5}(x-5)$	بالتعويض من الميل	$y=\frac{-2}{5}x+k$
بضرب المعادلة في 5	$5y+5=-2x+10$	بالتعويض بالنقطة	$-1=\frac{-2}{5}(5)+k$
بقسمة المعادلة على 5 بعد التبسيط	$5y=-2x+5$	بالتبسيط	$-1=-2+k$
معادلة المستقيم	$y=\frac{-2}{5}x+1$	معادلة المستقيم	$k=1 \qquad y=\frac{-2}{5}x+1$

تأكَّدْ من فهمِكَ

جد معادلة المستقيمات التي يمر كل منها بنقطتين فيما يأتي:

الاسئلة (1-2) مشابه للمثال 1

2 $(0,2),(2,-4)$ 1 $(-3,1),(2,-1)$

استعمل معادلة الميل والنقطة لكل مستقيم لتحديد ميله والنقطة المار بها:

الاسئلة (3-4) مشابه للمثال 2

4 $y+1=-x+4$ 3 $y-1=2(x-3)$

جد معادلة المستقيم لكل مما يلي ثم جد مقطعه:

الاسئلة (5-6) مشابه للمثالين 3،5

6 $(-1,-3),\frac{1}{3}$ 5 $(4,6),\frac{-2}{5}$

استعمل معادلة الميل والنقطة لكل مستقيم لتحديد ميله ومقطعه:

الاسئلة (7-8) مشابه للمثال 4

8 $-y=7x$ 7 $5y=-2x-1$

تدربْ وحلّ التمريناتِ

جد معادلة المستقيمات التي يمر كل منها بنقطتين فيما يأتي:

11 $(\frac{1}{2},3),(\frac{3}{2},-1)$ 10 $(0,7),(-5,0)$ 9 $(0,0),(-3,7)$

استعمل معادلة الميل والنقطة لكل مستقيم لتحديد ميله والنقطة المار بها:

14 $\frac{3}{5}y=\frac{5}{2}(x+2)$ 13 $y-x=8$ 12 $y+\frac{3}{2}=-5(x-8)$

جد معادلة المستقيم لكل مما يلي ثم جد مقطعه:

16 $(1,-4)$, الميل $=\frac{-1}{2}$ 15 $(-3,7)$, الميل $=-3$

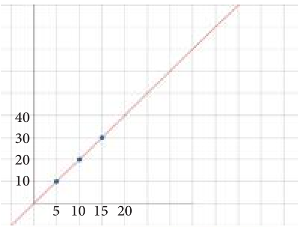
استعمل معادلة الميل والمقطع لكل مستقيم لتحديد ميله ومقطعه:

18 $\frac{1}{3}y=-5x-1$ 17 $y+7=3x+5$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



19 **أحياء :** ينمو ناب الفيل طول حياته بمعدل 1cm لكل شهر. افرض أنك بدأت بمراقبه فيل عندما كان طول نابه 100cm. اكتب على صورة الميل - النقطة معادلة تمثل نمو ناب الفيل بعد n شهر من المراقبة.



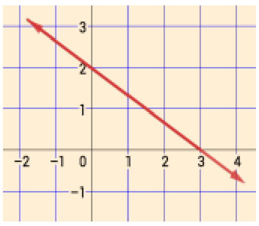
20 **فيزياء :** التمثيل البياني المجاور يمثل كمية المياه المتسربة من خزان خلال مدة زمنية محددة. اكتب على صورة نقطتين، معادلة تمثل تسرب المياه بعد n ثانية.



21 **نقود:** يريد شخص تسديد مبلغ قدره 30 مليون دينار، بدفعات شهرية متساوية مقدارها 1.5 مليون دينار. المعادلة الخطية الآتية $y = -1.5x + 30$ حيث y القيمة الباقية من المبلغ، x عدد الاشهر، استعمل معادلة الميل - المقطع لتحديد ميله ومقطعه.



22 **صحة:** في دراسة حديثة توصلت الى ان الشخص يفقد 2 ساعة من عمره عند استهلاكه علبة سكائر واحدة. اكتب المعادلة التي تمثل ذلك، ومثلها بيانياً



23 **هندسة:** استعمل المعلومات في الشكل المجاور وجد معادلة المستقيم في الحالات الآتية:

i) نقطتان   ii) ميل - نقطة   iii) ميل - مقطعه الصادي

فَكِّرْ

24 **تفكير ناقد:** هل يوجد مستقيم ميله 4 ويمر في النقطتين $(5,7),(8,-2)$؟ إن وجدت مستقيماً كهذا فاكتب معادلته وإلا فعلل جوابك.

25 **تحدٍّ:** مستقيم تقاطعه الأفقي النظير الجمعي لتقاطعه العمودي، ويمر في النقطة $(2,3)$ اكتب معادلة الميل - النقطة لهذا المستقيم.

26 **ايهما صحيح:** معادلة مستقيم ميله $\frac{3}{5}$ ويمر بالنقطة $(-1,7)$.

كتب احمد المعادلة بشكل $y - 7 = \frac{5}{3}(x+1)$

وكتب محمد المعادلة بشكل $y - 7 = \frac{3}{5}(x+1)$ أيهما اجابته صحيحة؟

أُكتبْ

مسألة من واقع الحياة يمكن تمثيلها بمعادلة الخط المستقيم.

الدرسُ [4-4] المستقيمات المتوازية و المتعامدة Parallel and Perpendicular Lines

فكرةُ الدرس
- التمييز بين المستقيمات المتوازية.
- التمييز بين المستقيمات المتعامدة.

المفردات
- المستقيمات المتوازية.
- المستقيمات المتعامدة.

تعلم

يظهر في الشكل المجاور عدة مستقيمات منها ما هي متوازية ومنها ماهي متعامدة. كيف نميز بين توازي هذه المستقيمات او تعامدها؟



[4-4-1] المستقيمات المتوازية Parallel Lines

تعرفت سابقاً الى توازي المستقيمات و الشروط اللازمة لذلك:

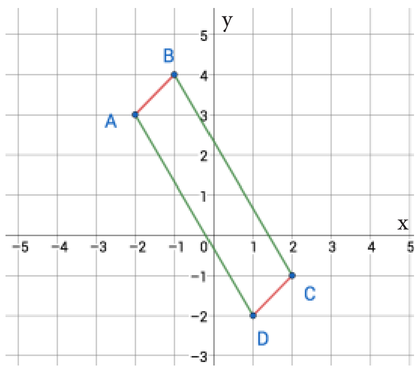
فالمستقيمان المتوازيان: يقعان في مستوي واحد وليس بينهما نقطة مشتركة.

في هذا الدرس سوف نميز المستقيمان المتوازيان من خلال ميلهما:

يكون اي مستقيمين متوازيين عندما يتساوى ميلهما بشرط انهما غير عاموديين:

الصيغة الرياضية: $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2} \Leftrightarrow m_1 = m_2$

مثال (1) بين ان النقط $A(-2,3), B(-1,4), C(2,-1), D(1,-2)$ رؤوس متوازي الاضلاع ABCD باستعمال الميول.



قانون الميل بين نقطتين $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

بالتعويض $m\overleftrightarrow{CD} = \dfrac{-2-(-1)}{1-2}$ $m\overleftrightarrow{AB} = \dfrac{4-3}{-1-(-2)}$

بالتبسيط $m\overleftrightarrow{CD} = \dfrac{-1}{-1}$ $m\overleftrightarrow{AB} = \dfrac{1}{1}$

$m\overleftrightarrow{CD} = 1$ $m\overleftrightarrow{AB} = 1$

$\because m\overleftrightarrow{AB} = m\overleftrightarrow{CD} \quad \therefore \overline{AB} \parallel \overline{CD}$

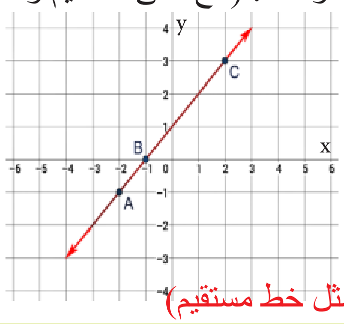
و بالطريقة نفسها

$m\overleftrightarrow{BC} = \dfrac{-5}{3}$ $m\overleftrightarrow{AD} = \dfrac{-5}{3}$

$\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

$\therefore$ الشكل ABCD متوازي اضلاع (تعريف متوازي الاضلاع)

مثال (2) اثبت ان النقط: $A(-2,-1), B(-1,0), C(2,3)$ تقع على استقامة واحدة. (تقع على مستقيم واحد).



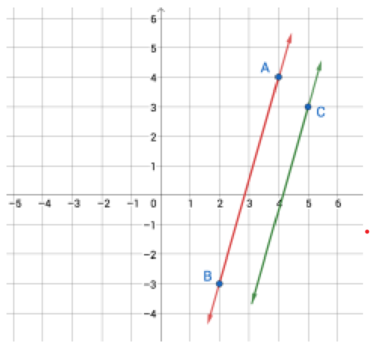
قانون الميل بين نقطتين $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

بالتعويض $m\overleftrightarrow{BC} = \dfrac{3-0}{2-(-1)}$ $m\overleftrightarrow{AB} = \dfrac{0-(-1)}{-1-(-2)}$

بالتبسيط $m\overleftrightarrow{BC} = \dfrac{3}{3} = 1$ $m\overleftrightarrow{AB} = \dfrac{1}{1} = 1$

$\because m\overleftrightarrow{AB} = m\overleftrightarrow{BC} \quad \therefore$ النقط A,B,C تقع على استقامة واحدة. (اي تمثل خط مستقيم)

مثال (3) جد معادلة المستقيم المار بالنقطة C(5,3) والموازي للمستقيم المار بالنقطتين $A(4,5), B(2,-3)$.



نجد ميل المستقيم المار بالنقطتين A,B

ميل المستقيم المار بنقطتين $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m\overleftrightarrow{L_1} = \dfrac{-3-5}{2-4} = \dfrac{-8}{-2} = 4$

∵ المستقيمان متوازيان. ∴ ميل المستقيم المطلوب $m\overleftrightarrow{L_2} = 4$ (الميل نفسه).

نجد معادلة المستقيم المطلوب.

معادلة مستقيم ميل - نقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$

التعويض $y - 3 = 4(x - 5)$

التبسيط $y = 4x - 17$ معادلة المستقيم المطلوب.

مثال (4) ليكن: $\overleftrightarrow{L_1}: y = \dfrac{-5}{3}x + 4, \overleftrightarrow{L_2}: y = \dfrac{5}{3}x + 4, \overleftrightarrow{L_3}: y = \dfrac{-5}{3}x - 4$ أي المستقيمات متوازية. ولماذا؟

ميله ومقطعه الصادي $\overleftrightarrow{L_1}: y = \dfrac{-5}{3}x + 4 \Rightarrow m_1 = \dfrac{-5}{3} \quad , \quad k_1 = 4$

ميله ومقطعه الصادي $\overleftrightarrow{L_2}: y = \dfrac{5}{3}x + 4 \Rightarrow m_2 = \dfrac{5}{3} \quad , \quad k_2 = 4$

ميله ومقطعه الصادي $\overleftrightarrow{L_3}: y = \dfrac{-5}{3}x - 4 \Rightarrow m_3 = \dfrac{-5}{3} \quad , \quad k_3 = -4$

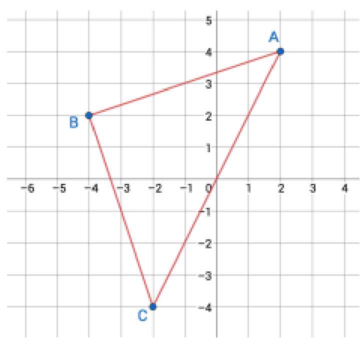
$m_1 = m_3 \Rightarrow \overleftrightarrow{L_1} \,/\!/\, \overleftrightarrow{L_3}, k_1 \neq k_3$

[4-4-2] المستقيمات المتعامدة Perpendicular Lines

تعرفت سابقاً الى ان المستقيمين المتعامدين يلتقيان في نقطة واحدة ويصنعان اربعة زوايا قائمة ويقعان في مستو واحد.
في هذا الدرس سوف نميز المستقيمات المتعامدة من خلال ميلهما بشرط ألا يوازي اي منهما المحورين الاحداثيين.
يكون المستقيمان متعامدين عندما يكون ميل احدهما مقلوب ميل الاخر بعكس الاشارة.(حاصل ضربهما يساوي (-1 =
الصيغة الرياضية:

$\overleftrightarrow{L_1} \perp \overleftrightarrow{L_2} \Leftrightarrow m_1 = \dfrac{-1}{m_2}$ أو ان: $m_1 \times m_2 = -1$

مثال (5) بين ان النقط: $A(2,4), B(-4,2), C(-2,-4)$ رؤوس لمثلث قائم الزاوية. حدد الزاوية القائمة فيه.



ميل المستقيم المار بنقطتين $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

بالتعويض

$m\overline{BC} = \dfrac{-4-2}{-2-(-4)} = \dfrac{-6}{2} = \dfrac{-3}{1}$

$m\overline{AC} = \dfrac{-4-4}{-2-2} = \dfrac{-8}{-4} = \dfrac{2}{1}$

$m\overline{AB} = \dfrac{2-4}{-4-2} = \dfrac{-2}{-6} = \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{3} \times \dfrac{-3}{1} = -1 \quad \Rightarrow m\overline{AB} \times m\overline{BC}$

$\Rightarrow \quad \overline{AB} \perp \overline{BC} \quad \Rightarrow m\angle B = 90°$

مثال (6) جد معادلة المستقيم المار بالنقطة C(3,-4) والعمودي على المستقيم المار بالنقطتين $A(0,3), B(2,-2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

بالتعويض في الميل والمستقيم المار بنقطتين $m\overleftrightarrow{L_1} = \frac{-2-3}{2-0} = \frac{-5}{2}$

∵ المستقيمان متعامدان ∴ $m\overleftrightarrow{L_2} = \frac{2}{5}$ (مقلوب ميل $\overleftrightarrow{L_1}$ بعكس الاشارة)

معادلة مستقيم ميل - نقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$

التعويض $y + 4 = \frac{2}{5}(x - 3)$

بالتبسيط $y = \frac{2}{5}x - \frac{26}{5}$ معادلة المستقيم المطلوب.

مثال (7) جد قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(3,1), (a,-4)$ عمودي على المستقيم الذي ميله $-\frac{1}{5}$.

بما ان المستقيمين متعامدان، اذن ميل المستقيم المطلوب هو 5 (مقلوبه بعكس الاشارة)

ميل المستقيم المار بنقطتين وبالتعويض $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{5}{1} = \frac{-4-1}{a-3}$

الضرب التبادلي $5a - 15 = -5$

بقسمة طرفي المعادل على 5 $5a = 10$

$a = 2$

تأكَّدْ من فهمِكَ

1. المستقيم AB يمر بالنقطتين $A(-2,4), B(a,6)$ ،عمودي على المستقيم CD الذي يمر بالنقطتين $C(6,-6), D(2,-7)$ ، جد قيمة a. — الاسئلة (2-1) مشابهة للمثال 7
2. جد قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(3,2), (6,a)$ يساوي $\frac{-1}{4}$. — السؤال 3 مشابه للمثال 1
3. برهن ان الشكل ABCD متوازي اضلاع حيث: $A(3,0), B(0,4), C(-3,0), D(0,-4)$.
4. برهن ان $\triangle ABC$ حيث: $A(-5,-7), B(-8,-2), C(-4,-3)$ قائم الزاوية، ثم حدد الزاوية القائمة. — السؤال 4 مشابه للمثال 5
5. أثبت ان النقط: $A(0,-1), B(4,2), C(8,5)$ تقع على استقامة واحدة. — السؤال 5 مشابه للمثال 2
6. جد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-4,0) والعمودي على المستقيم المار بالنقطتين $(3,-2), (6,0)$ — السؤال 6 مشابه للمثالين 3,6

تدربْ وحلّ التمريناتِ

7. المستقيم AB حيث $A(0,2), B(3,0)$ المستقيم CD حيث $C(6,-2), D(9,-4)$ والمستقيم EF حيث $E(0,-5), F(2,-2)$ ماعلاقة $\overleftrightarrow{AB}$ بالمستقيمين EF,CD ؟ بين ذلك.
8. هل النقط $A(0,-7), B(1,-1), C(2,3)$ تقع على مستقيم واحد؟ بين ذلك.
9. برهن ان الشكل ABCD مستطيل حيث: $A(1,4), B(2,6), C(8,3), D(7,1)$.
10. جد معادلة المستقيم المار بالنقطة (1,-1) والموازي للمستقيم المار بالنقطتين $(3,-2), (6,0)$.

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

11 **فيزياء :** يمثل الجدول المجاور كمية المياه المتدفقة من احد السدود خلال فترة معينة من الزمن. هل بيانات الجدول تمثل خط مستقيم؟ بين ذلك.

المياه المتدفقة	
الزمن (ثوان)	حجم الماء m^3
5	75000
10	150000
15	225000

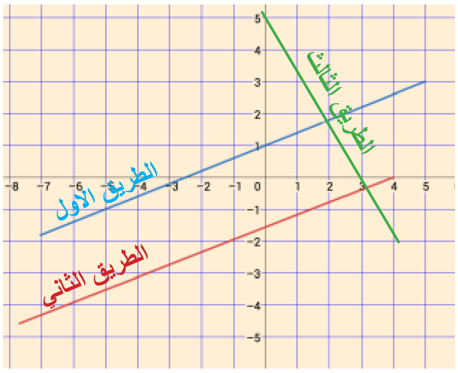
12 **هندسة :** برهن ان الشكل ABCD شبه منحرف. حيث ان احداثيات القاعدة العليا $(4,5),(6,2)$ والقاعدة السفلى $(2,-1),(-2,5)$. هل هو قائم الزاوية؟ بين ذلك.

13 **خريطة : استعمل الخريطة المجاورة لتبين أن:**

i) الطريق الاول يوازي الطريق الثاني.

ii) الطريق الثاني عمودي على الطريق الثالث.

iii) هل الطريق الاول عمودي على الطريق الثالث؟ بين ذلك.



فَكِّرْ

14 **تحدٍّ:** هل النقاط الآتية: $(2,3),(4,5),(-1,0),(-2,-1)$ تقع على استقامة واحدة؟ بين ذلك.

15 **اصحح الخطأ:** قال احمد ان المستقيم المار بالنقطتين $(0,4),(-3,0)$ عمودي على المستقيم المار بالنقطتين $(0,0),(1,\frac{3}{4})$ اكتشف خطأ احمد وصححه.

16 **مسألة مفتوحةٍ:** المعادلتين الآتيتان: $3y-5x=15,\ 3y-5x=20$ تمثلان مستقيمين متوازيين. ماالتشابه والاختلاف بينهما؟ وضح ذلك

17 **تبريرٍ:** لماذا النقاط التالية تقع على مستقيم يوازي محور السينات: $(2,4),(0,4),(-1,4)$ ؟

18 **أيهما اصحٍ:** قالت سارة ان ميل المستقيم $5y+2x=10$ هو $\frac{2}{5}$ ومقطعه هو 2، وقال مهند ان ميله $\frac{-2}{5}$ ومقطعه 2، بين اجابة أي منهما الصحيحة ؟

19 **مسألة مفتوحةٍ:** ABCD معين رؤوسه $A(0,3),B(3,4),C(2,1),D(-1,0)$ برهن ان قطريه متعامدان.

20 **مسألة مفتوحةٍ:** ما وجه التشابه والاختلاف بين المستقيمين المتوازيين؟

أُكتبْ

ما اذا كان المستقيمان متوازيين او متعامدين باستعمال ميلهما؟

الدرسُ [4-5] المسافه بين نقطتين

Distance Between Two Points

فكرةُ الدرس

- تعرف الى قانون المسافة بين نقطتين.
- تطبيق قانون المسافة بين نقطتين.
- تعرف الى قانون نقطة المنتصف.
- تطبيق قانون نقطة المنتصف.

المفردات

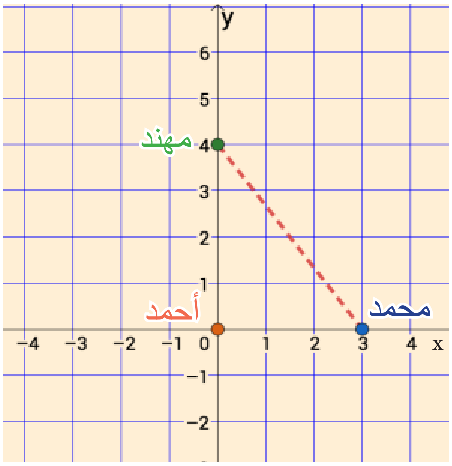
- قانون المسافة بين نقطتين.
- نقطة المنتصف.
- قانون نقطة المنتصف.

تعلم

ثلاثة اصدقاء خرجوا في رحلة استكشافية، محددة مواقعهم كما في الشكل المجاور.

محمد يبعد من أحمد 3km ومهند يبعد من احمد 4km.

كيف تجد المسافه بين محمد و مهند؟



[4-5-1] قانون المسافه بين نقطتين Distance between two Points Formula

تعلمت سابقاً: ان المسافة بين نقطتين على محور السينات هي $|x_2 - x_1|$

وإن المسافة بين نقطتين على محور الصادات هي $|y_2 - y_1|$

في هذا الدرس سوف نتعرف الى قانون المسافة في المستوي الاحداثي

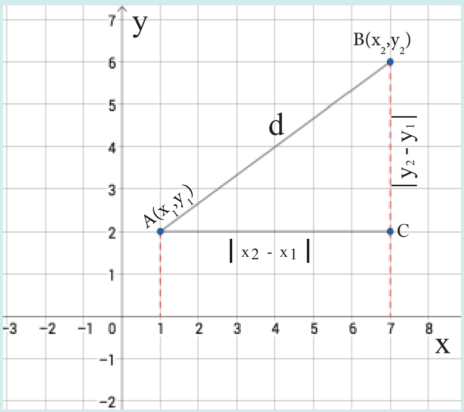
قانون المسافة بين نقطتين A,B يعتمد على مبرهنة فيثاغورس

المثلث ACB قائم الزاوية في C

مبرهنة فيثاغورس $(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2$

بالتعويض $d^2 = (|x_2 - x_1|)^2 + (|y_2 - y_1|)^2$

بالتبسيط و جذر الطرفين $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$



مثال (1) من فقرة تعلم: نجد ان موقع محمد هو النقطة $A(3,0)$ وان موقع مهند هو النقطة $B(0,4)$

قانون المسافة بين نقطتين $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

بالتعويض بالنقطتين $AB = \sqrt{(0-3)^2 + (4-0)^2}$

بالتبسيط $AB = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

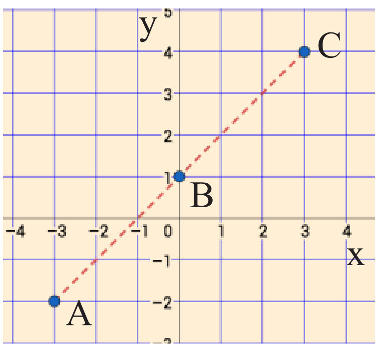
∴ المسافة بين محمد و مهند 5km

مثال (2) باستعمال قانون المسافة، أثبت أن النقط $A(-3,-2), B(0,1), C(3,4)$ تقع على استقامة واحدة.

قانون المسافة بين نقطتين $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

بالتعويض من النقاط A,B,C

$$AB = \sqrt{(0+3)^2 + (1+2)^2}$$
$$BC = \sqrt{(3-0)^2 + (4-1)^2}$$
$$AC = \sqrt{(3+3)^2 + (4+2)^2}$$



$$AB = \sqrt{9+9}\ ,\ BC = \sqrt{9+9}\ ,\ AC = \sqrt{36+36}$$

التبسيط

$$AB = \sqrt{18}\ ,\ BC = \sqrt{18}\ ,\ AC = \sqrt{72}$$

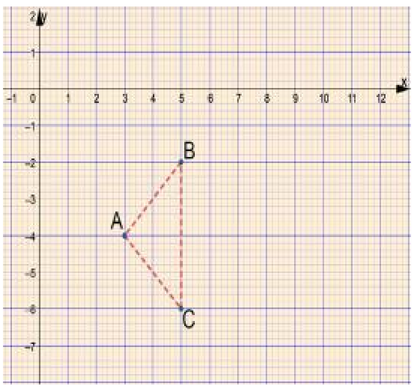
$$= 3\sqrt{2}\ ,\ = 3\sqrt{2}\ ,\ = 6\sqrt{2}$$

الكل يساوي مجموع الاجزاء $6\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

اي: $AC = AB + BC$

اذن النقط A,B,C تقع على استقامة واحدة.

مثال (3) بيّن نوع المثلث الذي رؤوسه $A(3,-4), B(5,-2), C(5,-6)$ من حيث الاضلاع. وهل المثلث قائم الزاوية؟



قانون المسافة بين نقطتين $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

بالتعويض من A,B,C

$$AB = \sqrt{(5-3)^2 + (-2+4)^2}$$
$$BC = \sqrt{(5-5)^2 + (-6+2)^2}$$
$$AC = \sqrt{(5-3)^2 + (-6+4)^2}$$

التبسيط

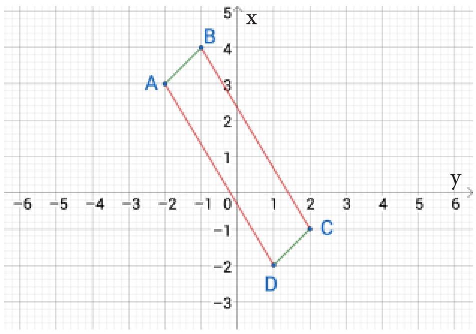
$$AB = \sqrt{4+4}\ ,\ BC = \sqrt{0+16}\ ,\ AC = \sqrt{4+4}$$
$$AB = \sqrt{8}\ ,\ BC = 4\ ,\ AC = \sqrt{8}$$
$$= 2\sqrt{2}\ ,\ = 4\ ,\ = 2\sqrt{2}$$

∵ AB=AC، ∴ المثلث متساوي الساقين

$$(4)^2 = (\sqrt{8})^2 + (\sqrt{8})^2$$
$$(4)^2 = 8 + 8$$

عكس مبرهنة فيثاغورس، ∴ المثلث قائم الزاوية في A.

مثال (4) بين باستعمال قانون المسافة ان النقط $A(-2,3), B(-1,4), C(2,-1), D(1,-2)$ رؤوس متوازي اضلاع.



قانون المسافة بين نقطتين $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$AB = \sqrt{(-1+2)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$DC = \sqrt{(1-2)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

∴ AB = DC

بنفس الطريقة

$$AD = \sqrt{(1+2)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$$

$$BC = \sqrt{(2+1)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$$

∴ AD = BC

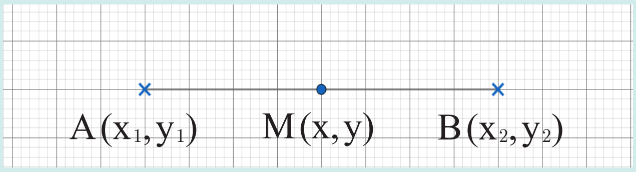
لذا الشكل ABCD متوازي اضلاع (خواص متوازي الاضلاع كل ضلعين متقابلين متساويين)

[4-5-2] قانون نقطة المنتصف The Midpoint Formula

نقطة المنتصف: هي النقطة الواقعة على بعدين متساويين عن طرفي قطعة مستقيم و تنتمي له.

احداثيات نقطة المنتصف

$$M = (\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$$



مثال (5) جد إحداثي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين $A(3,-8), B(3,6)$

قانون نقطة المنتصف $M = (\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

بالتعويض بالنقطتين $= (\frac{3+3}{2}, \frac{-8+6}{2})$

بالتبسيط $= (\frac{6}{2}, \frac{-2}{2}) = (3,-1)$

$\therefore (3,-1)$ نقطة منتصف $\overline{AB}$

مثال (6) اذا كانت $M(1,-3)$ منتصف $\overline{AB}$ وكانت $A(-1,-2)$ جد احداثي النقطة B.

قانون نقطة المنتصف $M = (\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

نفرض $B(x_2, y_2)$ وبالتعويض بالنقاط $(1,-3) = (\frac{-1+x_2}{2}, \frac{-2+y_2}{2})$

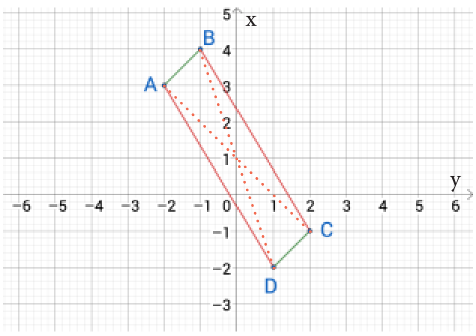
الضرب التبادلي و التبسيط

$1 = \frac{-1+x_2}{2} \Rightarrow -1 + x_2 = 2 \Rightarrow x_2 = 3$

$-3 = \frac{-2+y_2}{2} \Rightarrow -2 + y_2 = -6 \Rightarrow y_2 = -4$

احداثيات B هي: $B(3,-4)$

مثال (7) بين باستعمال قانون نقطة المنتصف ان النقط $A(-2,3), B(-1,4), C(2,-1), D(1,-2)$ رؤوس متوازي اضلاع.



قانون نقطة المنتصف $M = (\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

منتصف القطر $\overline{BD}$ | منتصف القطر $\overline{AC}$

$M_2 = (\frac{-1+1}{2}, \frac{4+(-2)}{2})$ | $M_1 = (\frac{-2+2}{2}, \frac{3+(-1)}{2})$

بالتعويض $M_2 = (\frac{0}{2}, \frac{2}{2})$ | $M_1 = (\frac{0}{2}, \frac{2}{2})$

بالتبسيط $M_2 = (0,1)$ | $M_1 = (0,1)$

$\because M_1 = M_2 \quad \therefore$ الشكل ABCD متوازي اضلاع (خواص متوازي الاضلاع قطراه احدهما ينصف الآخر)

مثال (8) $A(3,1), B(5,3), C(5,-1)$ رؤوس مثلث حيث AB=AC النقطة M منتصف $\overline{BC}$ جد طول $\overline{AM}$.

قانون نقطة المنتصف، التبسيط $M = (\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}) = (\frac{5+5}{2}, \frac{3+(-1)}{2}) = (5,1)$

قانون المسافة بين نقطتين $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

التعويض $= \sqrt{(5-3)^2 + (1-1)^2}$

التبسيط $= \sqrt{4} = 2$

تأكَّدْ من فهمِكَ

السؤال 1 مشابه للمثال 1	
السؤال 2 مشابه للمثال 4	
السؤال 3 مشابه للمثال 2	
السؤال 4 مشابه للمثال 3	
السؤال 5 مشابه للمثالين 4,6	
السؤال 6 مشابه للمثال 7	

1 **أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:**

$iii)(-1,-2)(3,-4)$ $\quad$ $ii)(-3,-1),(1,-4)$ $\quad$ $i)(0,0),(3,8)$

2 أوجد نقطة المنتصف للافرع $(i),(ii),(iii)$ في سؤال 1.

3 باستعمال قانون المسافة بين نقطتين، أثبت ان النقط $A(-2,-1),B(-1,0),C(4,5)$ على استقامة واحدة.

4 بين نوع المثلث الذي رؤوسه $A(2,4),B(-4,2),C(-1,-2)$ من حيث الاضلاع. و هل المثلث قائم الزاوية؟

5 **بين ان النقط الآتية:** $A(4,0),B(6,-6),C(-8,0),D(-10,6)$ **رؤوس متوازي الاضلاع.**
i) باستعمال قانون المسافة بين نقطتين. $\quad$ ii) باستعمال قانون نقطة المنتصف.

6 اذا كانت $M(-2,0)$ منتصف $\overline{AB}$ وكانت $A(4,0)$ فجد احداثيي النقطة B.

تدربْ وحلّ التمريناتِ

7 **أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:**

$iii)(-2,4)(-6,-2)$ $\quad$ $ii)(6,-9),(0,2)$ $\quad$ $i)(8,1),(-4,3)$

8 أوجد نقطة المنتصف للافرع $(i),(ii),(iii)$ في السؤال 7.

9 باستعمال قانون المسافة بين نقطتين، أثبت ان النقط $A(1,-3),B(3,-4),C(-1,-2)$ على استقامة واحدة.

10 بين نوع المثلث الذي رؤوسه $A(2,-1),B(2,1),C(-1,-1)$ من حيث الاضلاع. و هل المثلث قائم الزاوية؟

11 **بين ان النقط الآتية:** $A(-3,5),B(2,7),C(1,9),D(-4,7)$ **رؤوس متوازي الاضلاع.**
i) باستعمال قانون المسافة بين نقطتين. $\quad$ ii) باستعمال قانون نقطة المنتصف.

12 اذا كانت $M(4,-2)$ منتصف $\overline{AB}$ وكانت $B(5,1)$ فجد احداثيي النقطة A.

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

13 **هندسة :** ABC مثلث رؤوسه $A(6,4),B(-2,6),C(0,-4)$ ، تحقق من ان طول القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين فيه يساوي نصف طول الضلع الثالث.

14 **تحديد موقع :** موقع بيت محمود عند النقطة $(-4,0)$ وموقع مدرسته عند النقطة $(0,-3)$ ما المسافة التي يقطعها محمود عند ذهابه الى المدرسة، علماً ان طول ضلع كل مربع في المستوي الاحداثي يمثل كيلومتراً واحداً؟

فَكِّرْ

15 **تحدٍّ:** دائرة طرفا احد اقطارها النقطتان $A(-1,1),B(5,1)$ جد: i) احداثيات مركزها ii) مساحتها.

16 **اكتشف الخطأ:** وجدت شهد إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة التي طرفيها $(6,1),(8,3)$ فكتبتها $(\frac{8-6}{2},\frac{3-1}{2})=(1,1)$ اكتشف خطأ شهد وصححه.

أُكتبْ

علاقة قانون نقطة المنتصف بإيجاد الوسط الحسابي.

فكرةُ الدرس
- تعرف الى النسب المثلثية الاساسية.
- النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة.
- إيجاد قيم عبارات تتضمن زوايا الخاصة.

المفردات
- النسب المثلثية

sin,cos,tan,sec,csc,cot
- الزوايا الخاصة

$60^\circ, 45^\circ, 30^\circ, 90^\circ, 0^\circ$

تعلم

وقف مساح على بعد d متر من بناية، ومن خلال جهازه نظر اعلى البناية بزاوية معينة.
- كيف تساعده النسب المثلثية في ايجاد ارتفاع البناية؟



[4-6-1] النسب المثلثية $(\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta)$ Trigonometric Ratios $(\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta)$

تعرفت سابقاً على عناصر المثلث حيث يتكون من ثلاث زوايا وثلاثه اضلاع. ويسمى المثلث بزواياه (حاد الزوايا، منفرج الزاوية، قائم الزاوية) او بأضلاعه (متساوي الاضلاع، متساوي الساقين، مختلف الاضلاع).

حساب المثلثات: هي دراسة العلاقة بين زوايا المثلث واضلاعه

النسبة المثلثية: هي النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من اضلاع المثلث القائم الزاوية.

النسبة الاساسية هي: الجيب sin، الجيب تمام cos، الظل tan.

جيب الزاوية θ (يرمز له $\sin\theta$): هي النسبة بين الضلع المقابل للزاوية θ و الوتر: $\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

جيب تمام الزاوية θ (يرمز له $\cos\theta$): هي النسبة بين الضلع المجاور للزاوية θ والوتر: $\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

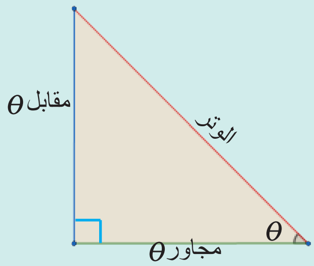
ظل الزاوية θ (يرمز له $\tan\theta$): هي النسبة بين الضلع المقابل للزاوية θ والضلع المجاور لها: $\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

لإيجاد النسب المثلثية (sin,cos,tan) نتبع ما يأتي:

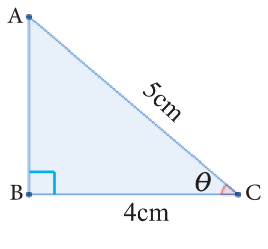
1) رسم تخطيطي لمثلث قائم الزاوية، وتثبت عليه المعطيات.

2) نستعمل مبرهنة فيثاغورس لايجاد الضلع المجهول.

3) نستعمل النسب المثلثية لايجاد المطلوب.



مثال (1) من الشكل المجاور، جد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية θ .



أستعمل مبرهنة فيثاغورس لأجد طول الضلع AB (المقابل)

مبرهنة فيثاغورس $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

بالتعويض والتبسيط $(5)^2 = (AB)^2 + (4)^2$

بجذر الطرفين (اشارة موجبة لأنه طول) $(AB)^2 = 25 - 16 = 9$

$AB = 3$

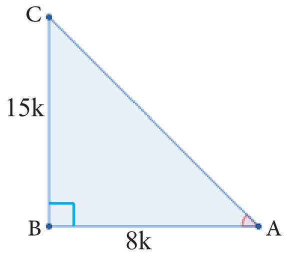
استعمال النسب المثلثية ثم التعويض

$\tan\theta = \frac{\theta \text{ مقابل الزاوية}}{\theta \text{ مجاور الزاوية}} = \frac{3}{4}$

$\sin\theta = \frac{\theta \text{ مقابل الزاوية}}{\text{الوتر}} = \frac{3}{5}$

$\cos\theta = \frac{\theta \text{ مجاور الزاوية}}{\text{الوتر}} = \frac{4}{5}$

مثال (2) المثلث ABC القائم الزاوية في B اذا كانت $\tan A = \frac{15}{8}$ جد: i) sin A ii) cos A



بضرب البسط والمقام في الثابت k حيث k اكبر من 0 $\tan A = \frac{15k}{8k}$

قانون الظل $\tan A = \frac{BC}{BA}$

بالمقارنة $\therefore BC = 15k, AB = 8k$

مبرهنة فيثاغورس $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

بالتعويض $= (8k)^2 + (15k)^2$

التبسيط $= 64k^2 + 255k^2$

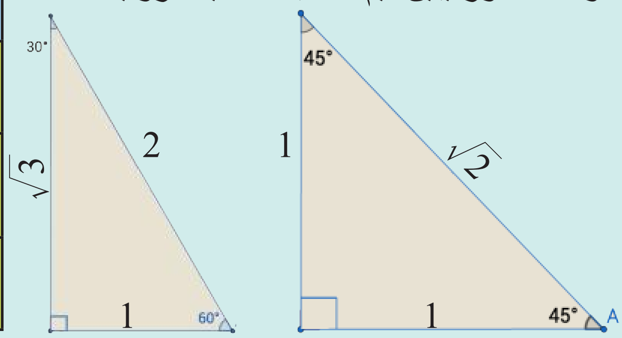
نجذر الطرفين $(AC)^2 = 289k^2 \Rightarrow \therefore AC = 17k$

$i)\ \sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{15k}{17k} = \frac{15}{17}$ $\quad ii)\ \cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{8k}{17k} = \frac{8}{17}$

[4-6-2] النسب المثلثية للزوايا الخاصة The Trigonometric Ratios for Spicial Angles

الجدول المجاور يبين قيم النسب المثلثية للزوايا الخاصة:

النسبة المثلثية	30°	60°	45°	90°	0°
الجيب sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	0
الجيب تمام cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	1
الظل tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	1	غير معرف	0



مثال (3) أثبت ان: $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ = \sin 90^\circ$

من الجدول نجد: $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 90^\circ = 1$

بالتعويض في الطرف الايمن R.H.S والطرف الايسر L.H.S

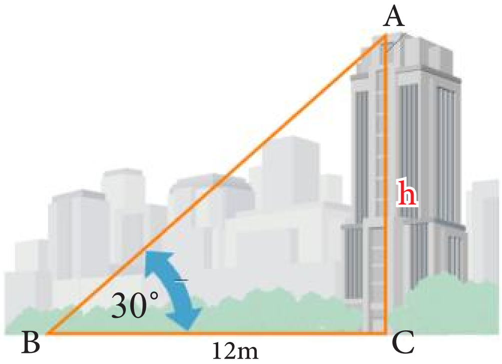
R.H.S: $\sin 90^\circ = 1$

L.H.S: $(\frac{\sqrt{3}}{2})(\frac{\sqrt{3}}{2}) + (\frac{1}{2})(\frac{1}{2})$

$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$

$\therefore$ L.H.S = R.H.S

مثال (4) وقف رجل امام بناية وعلى بعد 12m من قاعدتها ونظر الى قمة البناية بزاوية مقدارها 30° جد ارتفاع البناية.



النسبة المثلثية التي تربط بين ارتفاع البناية h وبعد الرجل عن قاعدتها هي نسبة الظل.

قانون الظل $\tan 30^\circ = \frac{h}{12}$

التعويض $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{12}$

الضرب التبادلي $\sqrt{3}\,h = 12$

التبسيط $h = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}\ m$

ارتفاع البناية هو: $4\sqrt{3}\ m$

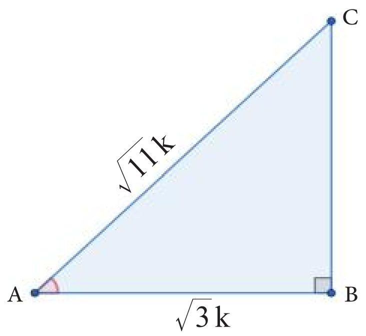
[4-6-3] علاقات النسب المثلثية Relations of Trigonometric Ratios

سنقتصر في هذا البند على مقلوب النسب المثلثية sin,cos,tan و كما ملاحظ في الجدول الآتي:

النسبة المثلثية	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
مقلوبها	$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$ قاطع تمام	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$ قاطع	$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$ ظل تمام

مثال (5) مثلث قائم الزاوية في B، اذا كانت $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$ فجد: iii) cot A ii) csc A i) sec A

$$\cos A = \frac{\sqrt{3}\,k}{\sqrt{11}\,k} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = \sqrt{3}\,k, AC = \sqrt{11}\,k$$



$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ مبرهنة فيثاغورس

$(\sqrt{11}\,k)^2 = (\sqrt{3}\,k)^2 + (BC)^2$ بالتعويض

$11k^2 = 3k^2 + (BC)^2$ التبسيط

$(BC)^2 = 8k^2$ نجذر الطرفين

$\therefore BC = \sqrt{8}\,k$

$$i)\ \cos A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}} \Rightarrow \sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{3}} \qquad ii)\ \sin A = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{11}} \Rightarrow \csc A = \frac{1}{\sin A} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{8}}$$

$$iii)\ \tan A = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$$

مقلوب النسب المثلثية الاساسية

مثال (6) جد القيمة العددية للمقدار:

$$(\sin 45^\circ)(\sec 45^\circ) - (\tan 60^\circ)(\cot 30^\circ) + 2\csc 90^\circ$$

من الجداول نجد قيم النسب المثلثية الخاصة ومقلوبات النسب المثلثية الاساسية

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \sec 45^\circ = \frac{1}{\cos 45^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}, \cot 30^\circ = \frac{1}{\tan 30^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$$

$$\csc 90^\circ = \frac{1}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{1} = 1$$

المقدار المعطى بالتعويض و التبسيط

$$(\sin 45^\circ)(\sec 45^\circ) - (\tan 60^\circ)(\cot 30^\circ) + 2\csc 90^\circ$$

$$(\frac{1}{\sqrt{2}})(\sqrt{2}) - (\sqrt{3})(\sqrt{3}) + 2(1) \Rightarrow 1 - 3 + 2 = 0$$

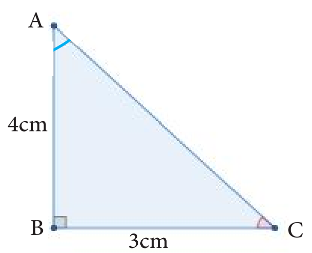
$\therefore$ الناتج العددي للمقدار يساوي 0

تأكَّدْ من فهمِكَ

1 من الشكل المجاور، جد النسب المثلثية الآتية:

i) sin A ii) cos C iii) cot C iv) sec A

السؤال (1) مشابه للامثلة (1,2,5):



2 في المثلث ABC القائم الزاوية في B، اذا كانت $\cot A = \sqrt{3}$ جد:

السؤال (2) مشابه للمثالين 2,5

$i)\tan A \quad ii)\sin A \quad iii)\csc A \quad iv)\sec A \quad v)\cos A$

3 **أثبت ما يأتي:**

السؤال (3) مشابه للمثالين 6,3

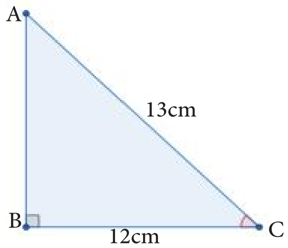
$i)(\cos 30^\circ - \csc 45^\circ)(\sin 60^\circ + \sec 45^\circ) = -\frac{5}{4}, ii)2\sin 30^\circ \sec 30^\circ = \csc 60^\circ$

$iii)(\cos 45^\circ - \csc 45^\circ)(\tan 45^\circ)(\csc 90^\circ) = -\cos 45^\circ, iv)\sqrt{\frac{1-\cos 60^\circ}{2}} = \sin 30^\circ$

4 طائرة ورقية ارتفاعها $3\sqrt{3}\,m$ عن سطح الارض، اذا كان الخيط المتصل بها يصنع زاوية مقدارها 60° مع الارض. جد طول الخيط.

السؤال (4) مشابه للمثال 4

تدربْ وحلّ التمريناتِ



5 **من الشكل المجاور، جد النسب المثلثية الآتية:**

$i)\cot A \quad ii)\cot C \quad iii)\sec C \quad iv)\csc A$

6 في المثلث ABC القائم الزاوية في B، اذا كانت $\sec A = \sqrt{2}$ جد:

$i)\sin A \quad ii)\cot C \quad iii)\csc A \quad iv)\cos C$

7 **أثبت ما يأتي:**

$i)\cos 60^\circ \csc 60^\circ + \sin 60^\circ \sec 60^\circ) = \frac{4}{\sqrt{3}} \qquad ii)\sin 45^\circ \sec 45^\circ + \csc 45^\circ \sin 45^\circ = 2,$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

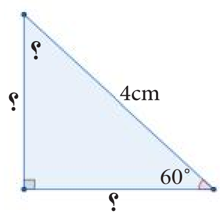
8 **رياضة:** عمل جهاز رياضي مائل لتمرين السير بزاوية قدرها30° ، فإذا كان طرف الجهاز يرتفع 1.5m عن سطح الارض . فما طول حزام الجهاز؟

9 **تزلج على الجليد:** في موقع للتزلج على احد التلال، كان ارتفاع التلة الرئيسية 500m وزاوية ميلها عن مستوى الارض60° . ماطول سطح التزلج؟

10 **سلم اطفاء الحرائق:** سلم اطفاء حريق طوله 20m يرتكز احد طرفيه على بناية والطرف الآخر على ارض افقية بزاوية 45° ، جد ارتفاع نقطة ارتكاز طرف السلم على البناية.

11 **حديقة:** وقفت بنان على بعد 25m من قاعدة شجرة ارتفاعها 25m. فما قياس الزاوية التي تشكلها مع قمة الشجرة؟

فَكِّرْ



12 **تحدٍ:** في الشكل المجاور، جد القيم المؤشرة (؟) باستعمال النسب المثلثية.

13 **مسألة مفتوحة:** ABC مثلث قائم الزاوية في B، $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ كيف تجد قيمة الزاوية C؟

14 **تبرير:** اذا كان جيب زاوية وجيب تمامها متساويين في مثلث قائم الزاوية. ما نوع المثلث من حيث اطوال اضلاعه؟.

أُكتبْ

مسألة تستعمل فيها نسبة الجيب لايجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية. ثم حلها.

الدرسُ [4-7]

خطة حل المسألة (تحديد معقولية الاجابة)

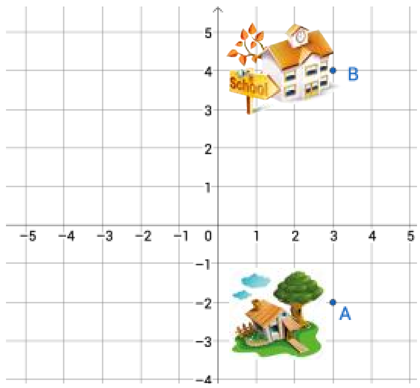
Problem Solving Plan (Determining Feasibility Answer)

فكرةُ الدرس

- استعمال تحديد معقولية الإجابة في حل المسألة.

تعلم

اذا كانت النقطة $A(3,-2)$ تمثل موقع بيت محمد على المستوي الإحداثي، والنقطة $B(3,4)$ تمثل موقع مدرسته. قطع محمد ثلث المسافة بين البيت والمدرسة. أتمثل المسافة $1.2km$ تقديراً معقولاً أم المسافة $1.9km$ ؟ اذا كان طول كل مربع في المستوي الإحداثي يساوي $1km$.



اِفهم

ما المعطيات في المسألة؟ النقطة $A(3,-2)$ تمثل موقع بيت محمد، النقطة $B(3,4)$ تمثل موقع مدرسته، المسافة التي قطعها هي ثلث المسافة بين البيت والمدرسة.

ما المطلوب من المسألة؟ المسافة المعقولة التي قطعها محمد أهيَ $1.2km$ أم $1.9km$.

خطّط

كيف تحلّ المسألة؟ جد المسافة بين البيت والمدرسة، محمد قطع $\frac{1}{3}$ المسافة، فيمكن تقسيم المسافة الى 3 مسافات متساوية.

حلّ

قانون المسافة بين نقطتين

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

التعويض بالنقطتين

$$AB = \sqrt{(3-3)^2 + (4-(-2))^2}$$

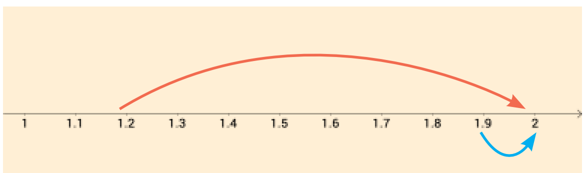
التبسيط

$$= \sqrt{0 + 36} = 6km$$

اذن $\frac{1}{3} \times 6 = 2km$

المسافة $1.9km$ أقرب الى $2km$ منه الى المسافة $1.2km$،

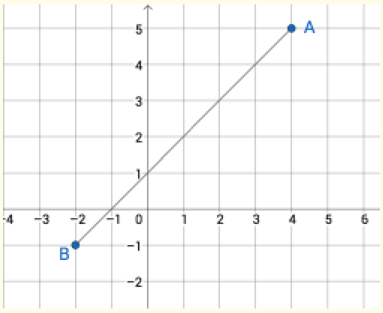
لذا فإن المسافة المعقولة التي قطعها محمد هي $1.9km$.



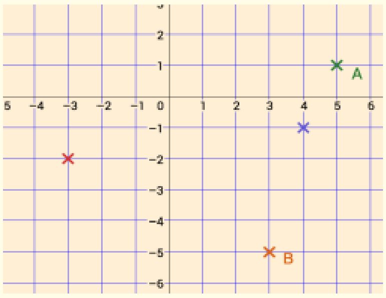
تحقّق

لذا الحل معقول $1.9 \times 3 = 5.7 \approx 6$

حل المسائل التالية باستراتيجية (تحديد معقولية الإجابة):



1 قالت جمانة ان $\frac{1}{3}$ المسافة بين النقطتين A,B كما في الشكل المجاور تساوي تقريباً 3cm وقالت أختها سالي ان $\frac{1}{2}$ المسافة بين النقطتين نفسيهما تساوي تقريباً 2cm. أيهما إجابتها معقولة؟



2 هل إحداثيات النقطة $(-3, -2)$ هي الأقرب الى نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين $A(5, 1)$، $B(3, -5)$ أم النقطة $(4, -1)$ ؟



3 المسافة بين مدينتين 280km، أتمثل نسبة 20% من المسافة بين المدينتين تقريباً 69km أم 50km؟

4 الجدول في أدناه يمثل ما قطعه ثلاثة أشخاص لمسافة مقدارها 160km.

النسبة المئوية لما قطعه الشخص الثالث	النسبة المئوية لما قطعه الشخص الثاني	النسبة المئوية لما قطعه الشخص الاول
80%	70%	50%

ما التقدير المعقول لما قطعه الشخص الأول و الثالث؟ أهو 100km أم 129km.

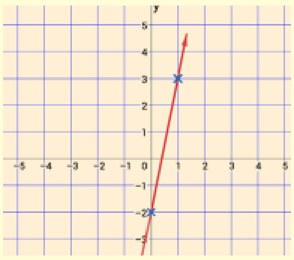
مراجعةُ الفصلِ Chapter Review

المفردات

English	عربي	English	عربي
Ordered Pair	الزوج المرتب	Distance between two Points Formula	قانون المسافة بين نقطتين
Coordinate Plane	المستوي الاحداثي	Midpoint	نقطة المنتصف
Linear Equation	المعادلة الخطية	The Midpoint Forumla	قانون نقطة المنتصف
Quadratic Equation	المعادلة التربيعية	Parallel Lines	المستقيمات المتوازية
Virtical	العمودي	Perpendicular Lines	المستقيمات المتعامدة
Horizontal	الافقي	Trigonometric Ratios	النسب المثلثية
Slope	الميل	Special Angles	الزوايا الخاصة
X- Intercept	المقطع السيني	Y- Intercept	المقطع الصادي

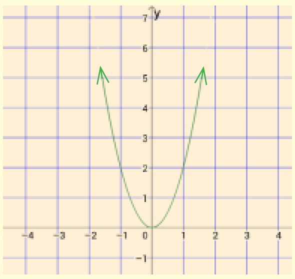
الدرسُ [4-1] التمثيل البياني للمعادلات في المستوي الاحداثي

مثال 1: مثل المعادلة $y = 5x - 2$ في المستوي الاحداثي.



x	y = 5x-2	(x,y)
0	y=5(0)-2	(0,-2)
1	y=5(1)-2	(1,3)

مثال 2: مثل المعادلة $y = 2x^2$ في المستوي الاحداثي.



x	$y = 2x^2$	(x,y)
0	0	(0,0)
1	2	(1,2)
-1	2	(-1,2)

تدريب 1: مثل المعادلة $y = 2x + 1$ في المستوي الاحداثي

تدريب 2: مثل المعادلة $y = 3x^2 + 1$ في المستوي الاحداثي

تدريب 3: مثل المعادلة $y = 3$ في المستوي الاحداثي

تدريب 4: مثل المعادلة $x = 3$ في المستوي الاحداثي

الدرسُ [4-2] ميل المستقيم

مثال (1): جد ميل المستقيم المار بالنقطتين

i) $(5, -2), (3, -1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-2)}{3 - 5} = \frac{1}{-2}$$

ii) $(7, -3), (5, -3)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - (-3)}{7 - 5} = \frac{0}{2} = 0$$

تدريب 1: جد ميل المستقيم المار بالنقطتين:

i) $(-2, 1), (6, 7)$

ii) $(4, 2), (1, 2)$

iii) $(4, 2), (4, -1)$

مثال (2): جد المقطع السيني والصادي للمعادلة

$4x - 3y = 12$

$x = 0 \Rightarrow 4(0) - 3y = 12$

$y = -4$ المقطع الصادي $\Rightarrow (0, -4)$

$y = 0 \Rightarrow 4x - 3(0) = 12$

$x = 3$ المقطع السيني $\Rightarrow (3,0)$

تدريب2: جد المقطع السيني والصادي لكل معادلة مما يأتي:

i) $2x - y = -4$

ii) $y = -5$

iii) $x = -5$

الدرس [4-3] معادلة المستقيم

مثال1: جد معادلة المستقيم المار بالنقطتين

$(-3,2),(3,1)$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 2}{x + 3} = \frac{1 - 2}{3 + 3} \Rightarrow \frac{y - 2}{x + 3} = \frac{-1}{6}$$

$6y - 12 = -x - 3 \Rightarrow x + 6y = 9$

مثال2: جد معادلة المستقيم الذي ميله (-3) ويمر بالنقطة (-1,1)

$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 1 = -3(x + 1)$

$3x + y = -2$

مثال3: جد الميل والمقطع الصادي للمستقيم الذي معادلته

$5x - 3y = 15$

$$\frac{3y = 5x - 15}{3} \Rightarrow y = \frac{5}{3}x - 5$$

ميله $\frac{5}{3}$ ومقطعه الصادي (-5)

تدريب1: جد معادلة المستقيم المار بالنقطتين

$(3,4),(-2,1)$

تدريب2: جد معادلة المستقيم الذي ميله ($\frac{-1}{3}$) ومقطعه السيني يساوي (7)

تدريب3: جد الميل والمقطع الصادي للمستقيم الذي معادلته $2x - 4y = 8$

الدرس [4-4] المستقيمات المتوازية والمتعامدة

مثال: جد معادلة المستقيم المار بالنقطة (2,5).

i) الموازي للمستقيم المار بالنقطتين $(1,3),(3,-1)$.

ii) العمودي على المستقيم المار بالنقطتين $(1,3),(3,-1)$

$$i)\ m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 3}{3 - 1} = \frac{-4}{2} = -2$$

$y - y_1 = m_1(x - x_1), m_1 = -2$ (توازي)

$y - 5 = -2(x - 2) \Rightarrow y = -2x + 9$

تدريب1: برهن ان الشكل ABCD الذي رؤوسه:

$A(3,1), B(-1,3), C(-3,-1), D(1,-3)$

متوازي اضلاع

تدريب2: بين ان النقط: $(1,-6),(4,0),(6,4)$ تقع على استقامة واحدة.

$ii)\ m_1 = -2, m_2 = \frac{1}{2}$ (تعامد)

$y - y_1 = m_2(x - x_1)$

$y - 5 = \frac{1}{2}(x - 2)$

$2y - 10 = x - 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 4$

تدريب3: بين ان المثلث الذي رؤوسه:

$A(0,-4), B(-1,0), C(7,2)$

مثلث قائم الزاوية.

الدرس [4-5] المسافة بين نقطتين

مثال: اثبت ان النقاط: $A(-3,4), B(3,2), C(0,3)$ على استقامة واحدة باستعمال قانون المسافة.

$AB = \sqrt{(3+3)^2 + (2-4)^2}$

$= \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$AC = \sqrt{(0+3)^2 + (3-4)^2}$

$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$BC = \sqrt{(0-3)^2 + (3-2)^2}$

$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$2\sqrt{10} = \sqrt{10} + \sqrt{10}$

$\therefore AB = AC + BC$

اذن A,B,C على استقامة واحدة

تدريب1: جد نقطة منتصف للقطعة المستقيمة AB

$A(-2,0), B(4,5)$

تدريب2: هل النقط $A(0,1), B(3,-1), C(-2,-2)$ تمثل رؤوس مثلث قائم الزاوية؟

تدريب3: باستعمال قانون المسافة بين هل النقط

$A(-1,-3), B(-6,1), C(-3,3)$

تقع على استقامة واحدة ؟

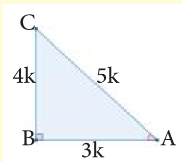
الدرس [4-6] النسب المثلثية

مثال1: المثلث ABC القائم الزاوية في B اذا كانت:

$\cos A = \frac{3}{5}$ جد: $i)\ \sin A \quad ii)\ \tan C$

$\cos A = \frac{3k}{5k} \Rightarrow$ مجاور الزاوية A يساوي 3k

الوتر يساوي 5k



$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

$25k^2 = 9k^2 + (BC)^2$

$\therefore BC = 4k$ مقابل الزاوية A

$\sin A = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}, \ \tan C = \frac{4k}{3k} = \frac{4}{3}$

مثال2: جد القيمة العددية للمقدار:

$(\sin 60°)^2(\tan 45°) + (\sin 30°)^2$

$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan 45° = 1$

$\sin 30° = \frac{1}{2}$

$(\frac{\sqrt{3}}{2})^2(1) + (\frac{1}{2})^2 \Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$

تدريب1: المثلث ABC القائم الزاوية في B اذا كانت:

$\tan C = 1$ جد:

$i) \cot C \quad ii) \sin C \quad iii) \sec A$

$iv)\ \csc C \quad v) \cos A$

تدريب2: جد القيمة العددية للمقدار:

$(\tan 60°)^2 + (\cot 45°)^2 + (\sec 30°)^2 + (\sin 45°)^2$

تدريب3: اثبت ان:

$i)\ (\csc 30°)^2 + (\cot 30°)^2 = 7$

$ii)\ 2\sin 45° \cos 45° = \sin 90°$

$iii)\ (\cos 60°)^2 - (\sin 60°)^2 = -\frac{1}{2}$

Chapter Test

اختبار الفصل

1 مثل المعادلات التالية في المستوي الاحداثي

i) $2x - 4y = 8$ ii) $y = 2$ iii) $x = 2$ iv) $y = x^2 - 1$

2 جد معادلة المستقيم المار بالنقطتين: $A(-2,-3), B(2,3)$

3 جد المقطع السيني والصادي للمعادلة الآتية: $y - x = 4$

4 **جد معادلة المستقيم لكل مما يأتي:**

i) يمر بالنقطتين $(3,-2), (1,5)$

ii) ميله $\frac{3}{2}$ ومقطعه الصادي يساوي 5-.

iii) ميله $-\frac{1}{5}$ ومقطعه السيني يساوي 3.

5 استعمل معادلة الميل والنقطة لتحديد ميل المستقيم واحدى نقاطه $2y - 3x = 8$

6 **باستعمال الميل بين ما يأتي:**

i) النقاط: $A(3,2), B(0,-1), D(1,0)$ على استقامة واحدة.

ii) النقاط التالية رؤوس لمتوازي الاضلاع

$A(4,-1), B(2,2), C(-2,4), D(0,1)$

iii) المستقيم المار بالنقطتين $A(3,1), B(4,-1)$ عمودي على المستقيم المار بالنقطتين $C(4,-1), D(0,-3)$

7 جد معادلة المستقيم المار بالنقطة $(0,3)$ والموازي للمستقيم الذي ميله $\frac{-2}{3}$.

8 باستعمال قانون المسافة بين نقطتين، اثبت $(i),(ii)$ في السؤال 6.

9 باستعمال قانون نقطة المنتصف، اثبت الفرع (ii) في السؤال 6.

10 في المثلث ABC القائم الزاوية في B، اذا كانت $\sin A = \frac{1}{2}$ جد:

i) $\cos A$ ii) $\tan A$ iii) $\cot C$ iv) $\sec A$

الفصلُ 5

الهندسة والقياس

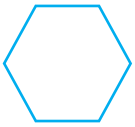
Geometric and Measurement

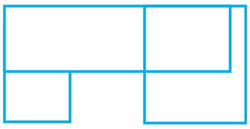


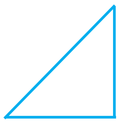
الاشكال المثلثة تعطي البناء قوة ومتانة حيث تميزت الكثير من اعمال الراحلة المهندسة العراقية زها حديد باستعمالها الاشكال الهندسية المثلثة، ومنها جسر في ابو ظبي بلغ ارتفاع راس المثلث 60m فوق مستوى سطح البحر.

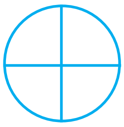
Pretest الاختبارُ القبليّ

حدد ما اذا كان الشكل مضلعاً واذا كان كذلك فهل هو مضلع منتظم او مضلع غيرمنتظم .

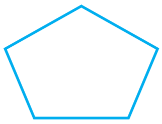
1 

2 

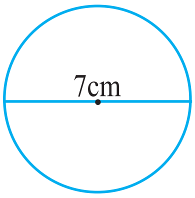
3 

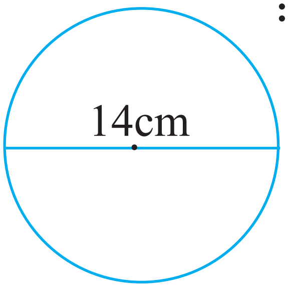
4 

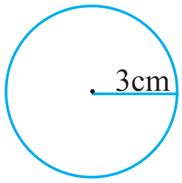
5 

6 

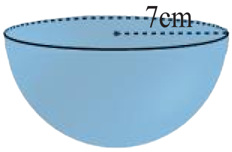
جد مساحة كل دائرة ومحيطها مما يأتي:

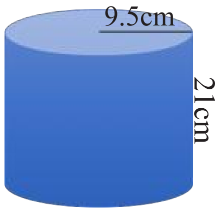
7 

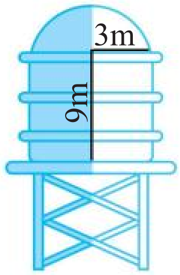
8 

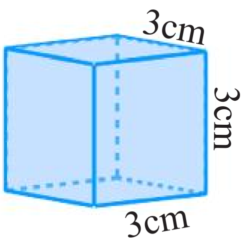
9 

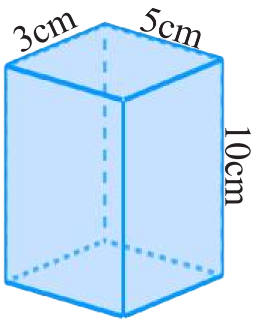
جد المساحة السطحية والحجم لكلّ مما يأتي:

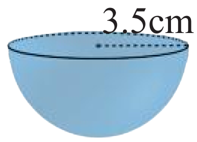
10 

11 

12 

13 

14 

15 

جد قيمة x في كل مما يأتي :

16 $\frac{7}{6} = \frac{x - 3}{2}$

17 $\frac{7}{x} = \frac{1}{2}$

18 $\frac{3}{16} = \frac{x}{4}$

جد قياس الزاوية المركزية ومجموع قياس الزوايا الداخلية والخارجية لكل مما يأتي:

19 خماسي منتظم

20 ثماني منتظم

21 سداسي منتظم

22 شركة تجارية تضم 20 موظفاً، وكانت نسبة الذكور الى الاناث $\frac{3}{2}$ ، كم عدد الموظفين من الاناث؟ وكم عددهم من الذكور؟

23 مثلث متساوي الاضلاع طول كل ضلع فيه يساوي $(2x - 1)$cm ومحيط المثلث يساوي 57cm، جد قيمة x و جد طول كل ضلع فيه.

الدرسُ [5-1]

المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)

Polygons and Polyhedrons (Pyramid and Cone)

فكرةُ الدرس

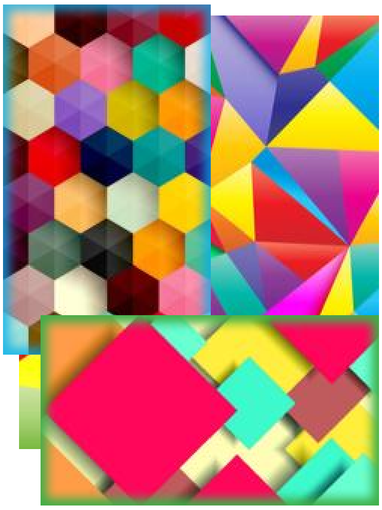
- اجد محيط ومساحة المضلعات المنتظمة .
- اجد الحجم والمساحة الكلية لكل من الهرم والمخروط.

المفردات

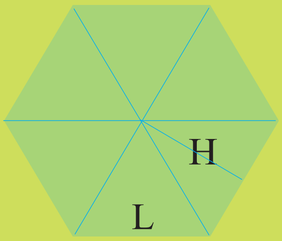
- العامد
- الارتفاع الجانبي
- المخروط
- الهرم

تعلم

تعرفت سابقاً على المضلعات المنتظمة وغير المنتظمة وكيفية ايجاد الزوايا الداخلية والخارجية للمضلع المنتظم وكذلك تعرفت على كيفية ايجاد الزاوية المركزية للمضلع. واستطعت التمييز بين المضلع المقعر والمضلع المحدب وسوف تتمكن في هذا الدرس من ايجاد مساحة ومحيط المضلعات المنتظمة .



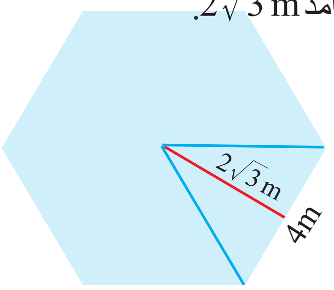
[5-1-1] المضلعات المنتظمة Regular Polygons

محيط المضلع المنتظم = عدد الاضلاع مضروباً في طول الضلع.	$P = n \times L$	
مساحة المضلع المنتظم = مساحة المثلث الذي رأسه مركز المضلع وقاعدته ضلع المضلع × عدد اضلاعه.	$A = \frac{1}{2} L \times H \times n$	

اذا عرفت ان طول الضلع L و العامد H (هو العمود النازل من مركز المضلع على احد اضلاع المضلع).

يمكن حساب مساحة المثلث كما يأتي: مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع (العامد)، $A = \frac{1}{2} L \times H$

مثال (1) جد محيط ومساحة الشكل السداسي المنتظم، طول ضلعه 4m وطول العامد $2\sqrt{3}$ m.



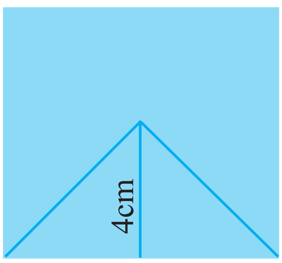
باستعمال قانون محيط المضلع $P = n \times L$

محيط المضلع $P = 6 \times 4 = 24m$

باستعمال قانون مساحة المضلع $A = \frac{1}{2} L \times H \times n$

بالتعويض والتبسيط $= \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} \times 6 = 24\sqrt{3}\, m^2$

مثال (2) جد مساحة المربع الذي طول العامد فيه 4cm.



طريقة (1): باستعمال قانون مساحة المضلع المنتظم $A = \frac{1}{2} L \times H \times n$

طول ضلع المربع يساوي ضعف طول العامد $L = 4 \times 2 = 8cm$

$A = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times 4 = 64cm^2$

طريقة (2): باستعمال قانون مساحة المربع $A = L \times L$

(طول الضلع × نفسه) $A = 8 \times 8 = 64cm^2$

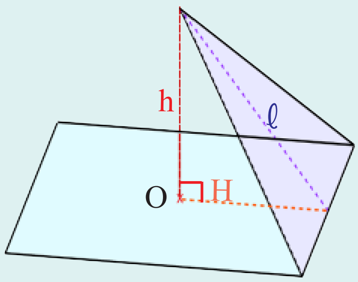
الهرم: هو مجسّم له في الاقل ثلاثة اوجه مثلثة الشكل وله قاعدة واحدة تعبر عن شكل مضلع (شكل القاعدة يحدد اسم الهرم).

h = الارتفاع

H = العامد

ℓ = الارتفاع الجانبي

$$\ell^2 = h^2 + H^2$$



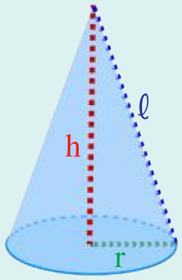
المخروط: هو مجسّم له قاعدة واحدة فقط عبارة عن دائرة وله رأس واحد.

ℓ = الارتفاع الجانبي (مولد المخروط)

h = الارتفاع

r = نصف القطر

$$\ell^2 = h^2 + r^2$$



المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة.

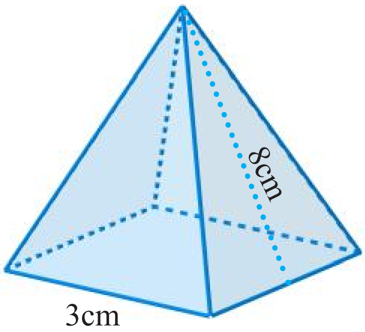
قانون المساحة للهرم المنتظم والمخروط الدائري القائم

	الهرم المنتظم	المخروط القائم
المساحة الجانبية	$LA = \frac{1}{2}p \times \ell$ p محيط القاعدة	$LA = \pi r \times \ell$
المساحة الكلية	$TA = \frac{1}{2}p \times \ell + b$ b مساحة القاعدة	$TA = \pi r \times \ell + \pi r^2$

قانون الحجم في الهرم والمخروط

حجم الهرم	$V = \frac{1}{3}b \times h$
حجم المخروط	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$

مثال (3) جد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لهرم منتظم ارتفاعه الجانبي 8cm وقاعدته مربعة طول ضلعها 3cm .



المساحة الجانبية $LA = \frac{1}{2}p \times \ell$

محيط القاعدة = محيط المربع = 4×3 $LA = \frac{1}{2} \times 12 \times 8$

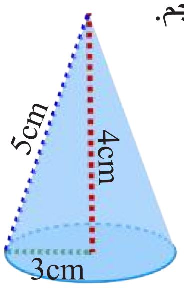
$LA = 48cm^2$

المساحة الكلية $TA = \frac{1}{2}p \times \ell + b$

مساحة القاعدة = مساحة المربع = 3×3 $TA = 48 + 9 = 57cm^2$

المساحة الكلية $TA = 57cm^2$

مثال (4) **استخدم الشكل المجاور لإيجاد:** i) المساحة الجانبية ii) المساحة الكلية iii) الحجم.



المساحة الجانبية للمخروط $i)\ LA = \pi r \times \ell$

بالتعويض والتبسيط $= \pi \times 3 \times 5 = 15\pi\ cm^2$

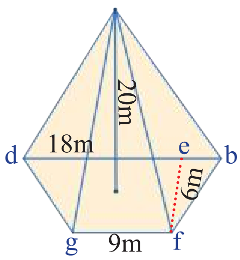
المساحة الكلية للمخروط $ii)\ TA = \pi r \times \ell + \pi r^2$

بالتعويض والتبسيط $= 15\pi + 9\pi = 24\pi cm^2$

حجم المخروط $iii)\ V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$

بالتعويض والتبسيط $= \frac{1}{3} \times \pi \times 9 \times 4 = 12\pi\ cm^3$

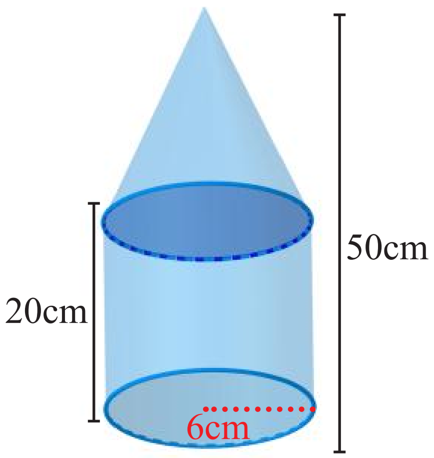
مثال (5) جد حجم الهرم المجاور.



مساحة شبه المنحرف $b = \frac{1}{2}(gf + bd) \times fe = \frac{1}{2}(9 + 18) \times 6 = 81m^2$

حجم الهرم $V = \frac{1}{3}b \times h = \frac{1}{3} \times 81 \times 20 = 540m^3$

مثال (6) جد حجم المجسّم المركّب المجاور.



لايجاد حجم المجسم المركب نجد اولا حجم الاسطوانة وحجم المخروط وبعد ذلك نجمع الحجوم لنجد حجم المجسم المركب.

قانون حجم الاسطوانة $V_1 = \pi r^2 h \Rightarrow V_1 = 36\pi \times 20$

بالتعويض و التبسيط $V_1 = 720\pi \text{ cm}^3$

قانون حجم المخروط $V_2 = \frac{1}{3} r^2 \pi \times h$

بالتعويض و التبسيط $V_2 = \frac{1}{3} \times 36\pi \times 30 = 360\pi \text{ cm}^3$

$V = V_1 + V_2$

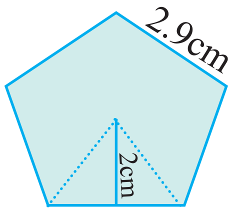
حجم المجسم المركب $V = 720\pi + 360\pi = 1080\pi \text{ cm}^3$

تأكَّدْ من فهمِكَ

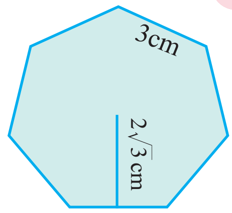
جد محيط ومساحة كلّ مضلّع منتظم:

الاسئلة 1-2 مشابهة للمثال 1

1



2



3 **جد الحجم والمساحة الجانبية والكلية لكلّ مما يأتي:**

i) مخروط دائري قائم: مساحة قاعدته $225\pi \text{cm}^2$ ، محيط قاعدته 30πcm، ارتفاعه 20cm، ارتفاعه الجانبي 25cm

ii) هرم: مساحة قاعدته $54\sqrt{3}\text{ cm}^2$، محيط قاعدته 36cm، ارتفاعه $3\sqrt{6}$cm، ارتفاعه الجانبي 9cm.

الاسئلة (3-4) مشابهة للمثالين 3,4

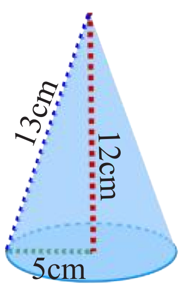
4 **جد الحجم والمساحة الجانبيّة والكليّة لكلّ مما يأتي:**

i) هرم قاعدته مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه 6cm وارتفاعه $\sqrt{33}$ cm وارتفاعه الجانبي 6cm.

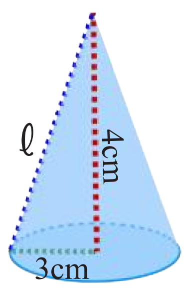
ii) هرم قاعدته مربعة طول ضلعها 12cm وارتفاعه 8cm وارتفاعه الجانبي 10cm.

5 **جد الحجم والمساحة الجانبيّة والكليّة مستعملاً الاشكال ادناه.**

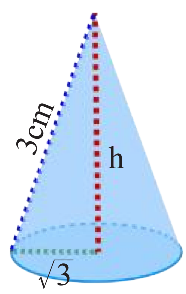
i)



ii)

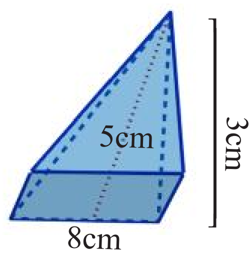


iii)



السؤال 6 مشابه للمثال 5

6 **جد الحجم والمساحة الجانبية والمساحة الكلية لما يلي:**



قاعدته مربعة

تدربْ وحلّ التمريناتِ

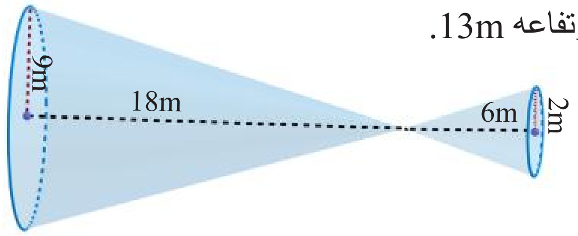
7 جد المساحة الجانبية للهرم الذي قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها 8cm وارتفاعه الجانبي 7.2cm .

8 جد المساحة الجانبية للهرم الذي قاعدته المضلع الثماني المنتظم الذي قياس طول ضلعه 1.16cm وارتفاعه الجانبي 2cm.

9 جد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لمخروط دائري قائم قطر قاعدته 35m وارتفاعه الجانبي 20m واكتب الجواب بدلالة π .

10 جد حجم هرم قاعدته مثلث منتظم وطول ضلعه 6m وارتفاعه 13m.

11 جد حجم الشكل المركب المجاور.



تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

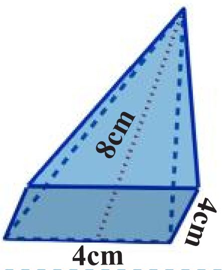


12 **علوم:** نموذج بركاني على شكل مخروط دائري قائم طول نصف قطر قاعدته 3cm، اذا كان حجم النموذج $203cm^3$ تقريباً، ما ارتفاعه؟



13 **بناء:** يبلغ ارتفاع برج العرب 321m ويمثل هرماً مقوساً , احسب المساحة التقريبية لقاعدته اذا كان حجم الهرم الذي يمثله $1904000m^3$.

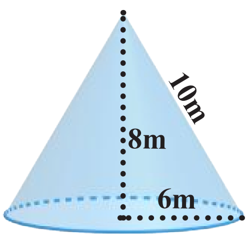
14 **هندسة:** جد المساحة الجانبية للهرم الذي قاعدته مربعة الشكل والمبين بالشكل المجاور.



فكّرْ

15 **تحدٍّ:** مخروط واسطوانة لهما نفس القاعدة والحجم، قطر الاسطوانة 40cm وارتفاعها 7cm، ما المساحة الجانبية للمخروط؟

16 **اكتشف الخطأ :** اي الحلين خطأ ؟ وضح اجابتك .



الحل الاول:

$$V = \frac{1}{3} \times b \times h$$

$$V = \frac{1}{3} \times 36\pi \times 10 = 120\pi m^3$$

الحل الثاني:

$$V = \frac{1}{3} \times b \times h$$

$$V = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times \pi \times 8 = 96\pi m^3$$

أُكتبْ

مسألة عن مضلع منتظم تسمح المعطيات فيه بأيجاد محيط المضلع ومساحته.

فكرةُ الدرس

- التعرف الى منصفات الزوايا والقطع المتوسطة للمثلث وكيفية تشابه مثلثين واستعمال التشابه في حل المسائل.

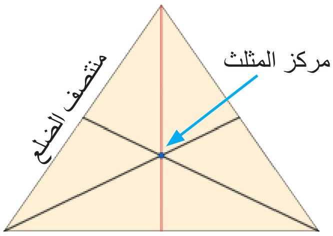
المفردات

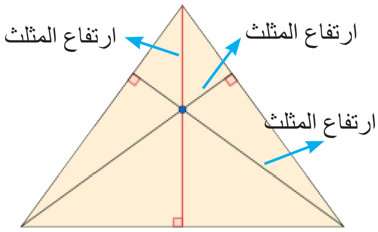
- المثلثان المتشابهان.
- نسبة التشابه

تعلم

تعرفت سابقا الى خواص المثلث وستتعرف في هذا الدرس الى **القطعة المتوسطة في مثلث**: هي قطعة مستقيمة طرفاها احد رؤوس المثلث ونقطة منتصف الضلع المقابل لذلك الرأس، ولكل مثلث ثلاث قطع متوسطة تتقاطع في نقطة واحدة تسمى نقطة تلاقي القطع المتوسطة للمثلث **(مركز المثلث)**.

ارتفاع المثلث: هو العمود النازل من احد رؤوس المثلث على المستقيم الذي يحوي الضلع المقابل لذلك الرأس، ولكل مثلث ثلاثة ارتفاعات تتقاطع في نقطة واحدة تسمى **(ملتقى الارتفاعات)**.

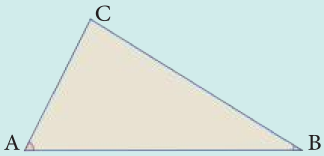




[5-2-1] الاضلاع والزوايا في المثلث Sides and Angles in the Triangle

(مبرهنات بدون برهان) في كل مثلث:

مبرهنة: اذا تباين ضلعا مثلث تباينت الزاويتان المقابلتان لهما، فاكبرهما تقابل الضلع الاكبر وبالعكس. $BC > AC \Leftrightarrow m\angle A > m\angle B$



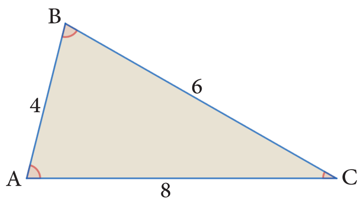
مثال (1)

i- في المثلث ادناه رتب الزوايا من الاصغر الى الاكبر.

الضلع الاقصر $\overline{AB}$ اذن الزاوية الصغرى $\angle C$

الضلع الاطول $\overline{AC}$ اذن الزاوية الكبرى $\angle B$

الترتيب هو $m\angle B, m\angle A, m\angle C$



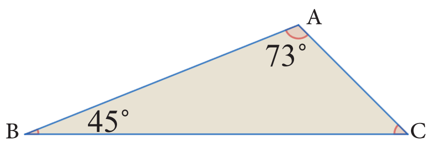
ii - في المثلث ادناه رتب الاضلاع من الاقصر الى الاطول واحسب قياس $\angle C$.

$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$ مجموع زوايا المثلث

$m\angle C = 180^\circ - (73^\circ + 45^\circ) = 62^\circ$

$\therefore m\angle B < m\angle C < m\angle A$

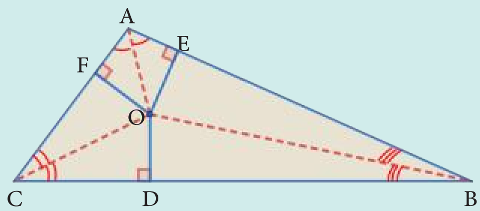
الترتيب هو: $\overline{AC}, \overline{BA}, \overline{BC}$



(مبرهنات بدون برهان) في كل مثلث:

مبرهنة: منصفات زوايا المثلث تتلاقى بنقطة واحدة تكون متساوية الابعاد عن اضلاعه. (والعكس صحيح).

اذا كان $\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}$ منصفات الزوايا A,B,C على الترتيب، تلتقي في نقطة O، فأن: OD=OE=OF



مثال (2)

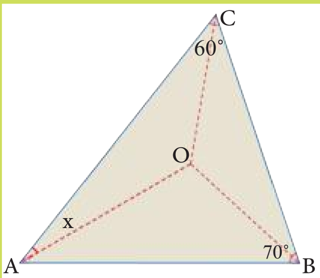
في المثلث المجاور جد قيمة x.

$\overline{BO}$ تنصف $\angle B$ ، $\overline{CO}$ تنصف $\angle C$ ، $\therefore$ O نقطة التقاء منصفات زوايا المثلث ABC

($\overline{AO}$ تنصف $\angle A$) $x = \frac{1}{2} m\angle A$ مبرهنة

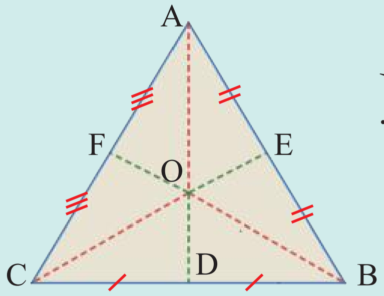
مجموع زوايا المثلث $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$

$m\angle A = 180^\circ - (70^\circ + 60^\circ) = 50^\circ \Rightarrow \quad \therefore x = 25^\circ$



(مبرهنات بدون برهان) في كلّ مثلث:

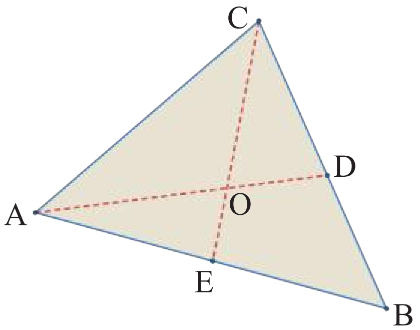
مبرهنة: القطع المستقيمة المتوسطة للمثلث تتلاقى في نقطة واحدة تسمى مركز ثقل المثلث، تقسم كل منها بنسبة $\frac{2}{3}$ من جهة الرأس الى منتصف الضلع المقابل.



$$AO = \frac{2}{3}AD, BO = \frac{2}{3}BF, CO = \frac{2}{3}CE$$

$$OD = \frac{1}{3}AD, OF = \frac{1}{3}BF, OE = \frac{1}{3}CE$$

مثال (3) المثلث ABC فيه $\overline{AD}, \overline{CE}$ قطعتان متوسطتان تلتقيان في نقطة O، $CE = 9cm, AD = 6cm$ جد طول $\overline{AO}, \overline{OE}$.



$\overline{CE}$ قطعة متوسطة

$$OE = \frac{1}{3}CE$$

$$\therefore OE = \frac{1}{3} \times 9 = 3cm$$

$$\because OA = \frac{2}{3}AD$$

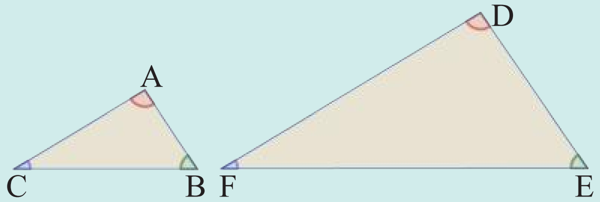
كذلك $\overline{AD}$ قطعة متوسطة

$$\therefore OA = \frac{2}{3} \times 6 = 4cm$$

[5-2-2] تشابه المثلثات Similar Triangles

المثلثان المتشابهان: هما مثلثان تتناسب اضلاعهما وتتطابق زواياهما ويرمز للتشابه بالرمز(~). المبرهنات بدون برهان

مبرهنة: اذا تطابقت زاويتان في مثلث مع زاويتين في مثلث آخر فان المثلثين يتشابهان.

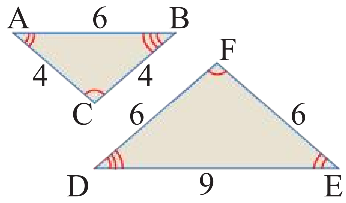


$$m\angle A = m\angle D, m\angle C = m\angle F, \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

مبرهنة: اذا تناسب ثلاثة اضلاع من مثلث مع ثلاثة اضلاع من مثلث آخر فان المثلثين يتشابهان.

مثال (4) بين ما اذا كان المثلثين في الشكل المجاور متشابهان، واكتب نسبة التشابه.

i)



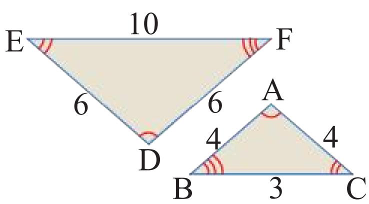
$$\frac{AB}{DE} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AC}{EF} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{BC}{FD} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

اذن المثلثان متشابهان

ii)



$$\frac{BC}{EF} = \frac{3}{10}$$

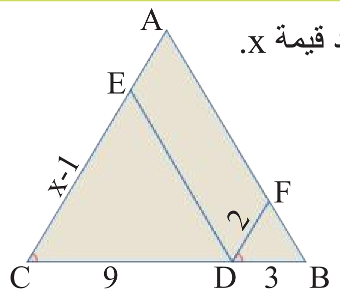
$$\frac{AB}{DF} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{BC}{EF} \neq \frac{AB}{DF}$$

اذن المثلثان غير متشابهان

مبرهنة: اذا تناسب ضلعان في مثلث مع نظائرهما في مثلث آخر، وتطابقت الزاوية المحصورة بينهما مع نظيرتها فان المثلثين يتشابهان.

مثال (5) في الشكل المجاور: اذا كان $\frac{CD}{DB} = \frac{EC}{FD}, m\angle C = m\angle FDB$ ، جد قيمة x.



بما ان المثلثين BFD,DEC متشابهان، اذن اضلاعهما المتناظرة متناسبة.

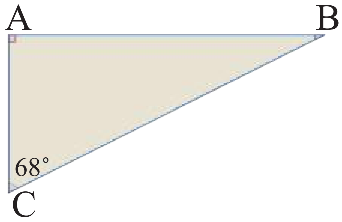
التناسب
$$\frac{x - 1}{2} = \frac{9}{3}$$

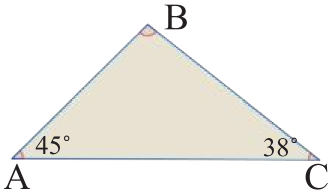
الضرب التبادلي
$$3x - 3 = 18$$

التبسيط
$$3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

تأكَّدْ من فهمِكَ

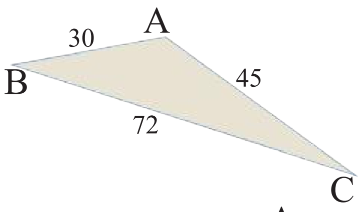
رتب الاضلاع من الاقصر الى الاطول

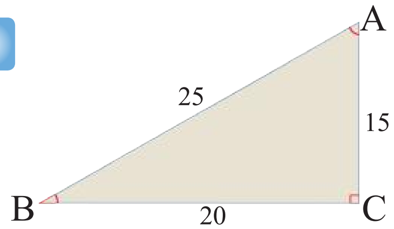
1


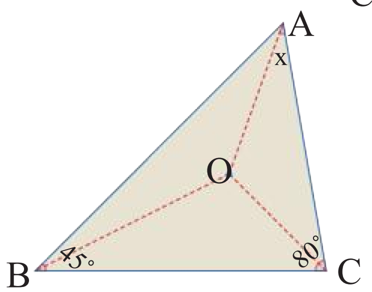
2


رتب الزوايا من الاصغر الى الاكبر.

الاسئلة 1-4 مشابهة للمثال 1

3


4




5 في المثلث المجاور اذا كان : $\overline{AO}, \overline{BO}, \overline{CO}$ منصفات الزوايا A,B,C
جد $m\angle x$.

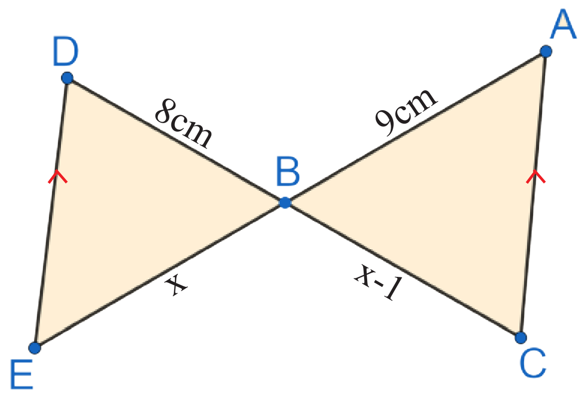
السؤال5 مشابه للمثال 2

6 ABC مثلث، O نقطة تقاطع مستقيماته المتوسطة، اذا كان: BO=12cm جد طول القطعة المستقيمة التي احد طرفيها النقطة B.

7 في المثلث ABC, O نقطة التقاء القطع المتوسطة، جد طول $\overline{AD}$ اذا علمت ان:
$m\angle COB = 90^\circ, \overline{AO} \cap \overline{BC} = \{D\}, BC = 6cm$.

الاسئلة 7-6 مشابهة للمثال 3

ملاحظة: طول القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة الى منتصف الوتر يساوي نصف طول الوتر.



8 في الشكل المجاور:

i) بين ان المثلثين ABC,BDE متشابهان.

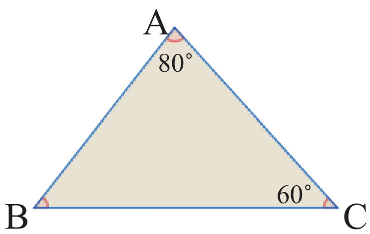
ii) جد نسبة التشابه.

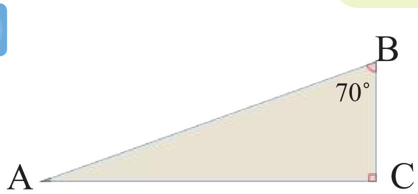
iii) جد قيمة x.

السؤال8 مشابه للمثالين 4,5

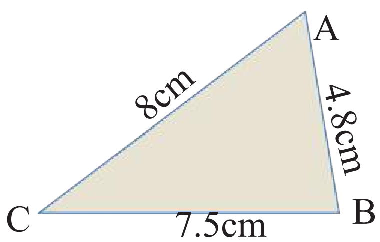
تدربْ وحلّ التمريناتِ

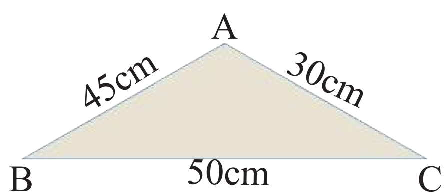
رتب الاضلاع من الاقصر الى الاطول.

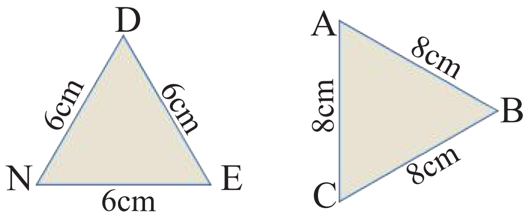
9


10


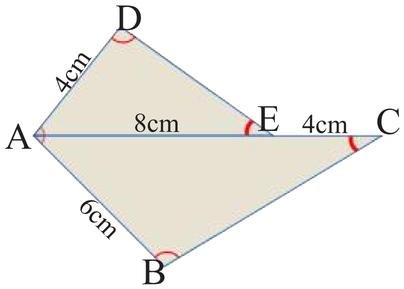
رتب الزوايا من الاصغر الى الاكبر.

11


12


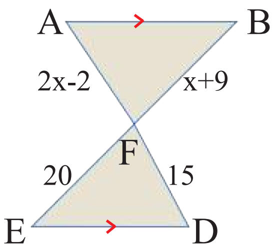


13 بين ان المثلثين ABC, DEN في الشكل المجاور متشابهان
واكتب نسبة التشابه ثم سمّ ازواج الزوايا المتطابقة .

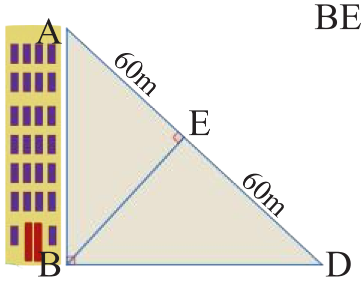


14 بين ان المثلثين ABC, ADE في الشكل المجاور متشابهان واكتب
نسبة التشابه.

تدربْ وحل مسائلَ حياتيةً



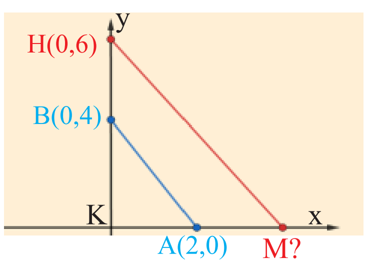
15 **هندسة :** اذا علمت ان $\triangle ABF \sim \triangle DEF$ وان $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$ استعمل
المعلومات في الشكل المجاور لتجد قيمة x.



16 **بناية:** بناية ارتفاعها يمثل بضلع مثلث قائم الزاوية كما في الشكل المجاور. و BE
هو ارتفاع للمثلث ABD برهن ان:

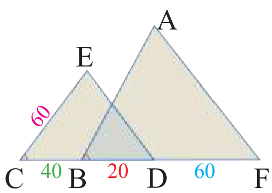
i. $\angle EBA \cong \angle D$

ii. $\triangle ABE \sim \triangle DBE$



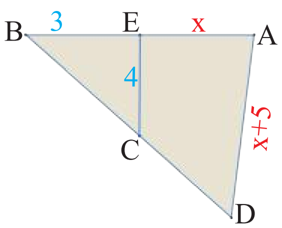
17 في الشكل المجاور المثلثان KMH ,KAB متشابهان، جد احداثيي M.
ونسبة التشابه.

فَكِّرْ



18 **اكتشف :** ما طول $\overline{AB}$ في الرسم المجاور؟ علماً ان $\triangle ECD \sim \triangle ABF$.

19 **تحدِ:** (2, 5, 10) و (6, 15, x) هي اطوال اضلاع متناظرة
في مثلثين متشابهين، ما قيمة x ؟



20 **حس عددي:** جد قيمة x في الشكل المجاور. اذا كان المثلثان ABD,EBC
متشابهان. وان: $\overline{EC} \parallel \overline{AD}$

21 **مسألة مفتوحة:** اشرح لماذا تحتاج قياسات الزوايا للتأكد من تشابه المثلثات،
اعطِ مثلاً على ذلك.

أكتب

مسألة عن مثلثين متساويي الساقين تتطابق فيهما زاويتا الرأس وجد نسبة التشابه.

الدرسُ [5-3] التناسب والقياس في المثلثات
Proportion and Measure in Triangles

فكرةُ الدرس
- استعمل الاجزاء المتناسبة في المثلثات لنبرهن توازي مستقيمين او اكثر.
- استعمل التناسب لاجد قياسات مجهولة.
- استعمل التناسب الهندسي في المستوي الاحداثي.

المفردات
التناسب الهندسي

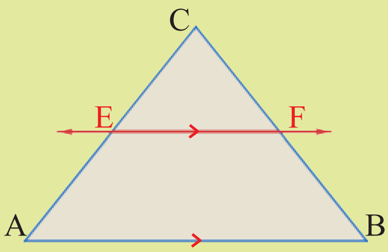
تعلم
تتضمن مخططات المدن والشوارع في تطبيق الخرائط في الاجهزة الالكترونية خطوطاً متوازية واخرى متعامدة، فالمخطط الجانبي يمثل جزءاً من مدينة بغداد ونلاحظ فيه الشوارع متوازية ومتعامدة.



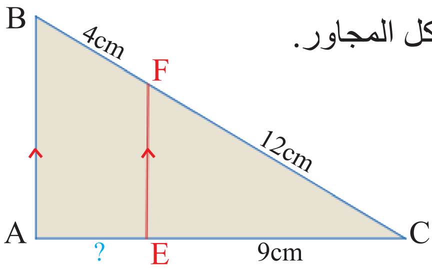
[5-3-1] التناسب في المثلثات Proportions in Triangles

تعلمت سابقاً المثلثات المتشابهة وبعض مبرهنات التشابه للمثلثات، وسوف تتعلم في هذا البند التناسب في المثلثات مستعيناً بالمبرهنات السابقة.

مبرهنة التناسب المثلثي

المبرهنة	المعطى	النتيجة
اذا وازى مستقيم ضلعا من اضلاع مثلث وقطع الضلعين الآخرين في نقطتين مختلفتين فإنه يقسم الضلعين الى قطع متناسبة الاطوال (بدون برهان)	$\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ 	$\frac{CE}{EA} = \frac{CF}{FB}$

مثال (1) جد طول قطعة المستقيم AE علماً ان: $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ في الشكل المجاور.



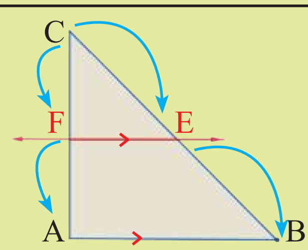
مبرهنة التناسب المثلثي

$$\frac{CE}{EA} = \frac{CF}{FB}$$

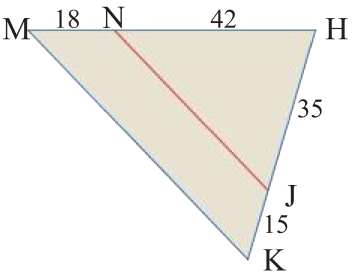
التعويض والتبسيط

$$\frac{9}{EA} = \frac{12}{4} \Rightarrow EA = \frac{4 \times 9}{12} = \frac{36}{12} = 3cm$$

عكس مبرهنة التناسب المثلثي

المبرهنة	المعطى	النتيجة
اذا قسم مستقيم ضلعين في مثلث الى قطع متناسبة فإنه يكون موازيا للضلع الثالث (بدون برهان)	$\frac{CE}{EB} = \frac{CF}{FA}$ 	$\overline{EF} \parallel \overline{AB}$

مثال (2) في الشكل المجاور برهن ان $\overline{NJ} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{MK}$.



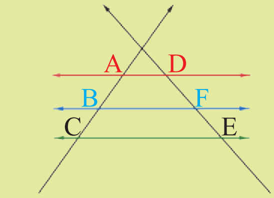
نجد نسبة الاجزاء المتناسبة

$$\frac{HJ}{JK} = \frac{35}{15} = \frac{7}{3}, \frac{HN}{NM} = \frac{42}{18} = \frac{7}{3}$$

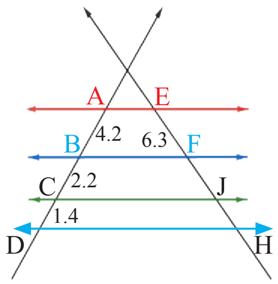
$$\because \frac{HJ}{JK} = \frac{HN}{NM} = \frac{7}{3}$$

عكس مبرهنة التناسب المثلثي

$$\therefore \overline{MK} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{NJ}$$

مبرهنة طالس		
المبرهنة	المعطى	النتيجة
اذا قطعت ثلاثة مستقيمات متوازية او اكثر بمستقيمين فإن القطع المحددة بالمستقيمات المتوازية تكون متناسبة.	 $\overleftrightarrow{AD} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overleftrightarrow{BF} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overleftrightarrow{CE}$	$\frac{AB}{BC} = \frac{DF}{FE}$

مثال (3) استعمل مهندس الرسم المنظوري (هو رسم الاجسام البعيدة بحيث تبدو اصغر والاجسام القريبة حيث تبدو اكبر، مع الحفاظ على هيئتها وتناسب مقاييسها لتبدو ثلاثية الابعاد) ليرسم خطوطاً اولية تساعده على رسم اعمدة اتصالات متوازية، تحقق من رسمه بقياس المسافات بين الاعمدة، كم طول $\overline{FH}$؟



$$\overleftrightarrow{AE} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overleftrightarrow{BF} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overleftrightarrow{CJ} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overleftrightarrow{DH}$$

مبرهنة طالس

$$\frac{AB}{BD} = \frac{EF}{FH}$$

$$BD = BC + CD = 2.2 + 1.4 = 3.6m$$

بالتعويض والتبسيط

$$\frac{4.2}{3.6} = \frac{6.3}{FH} \Rightarrow FH = \frac{6.3 \times 3.6}{4.2} = 5.4m$$

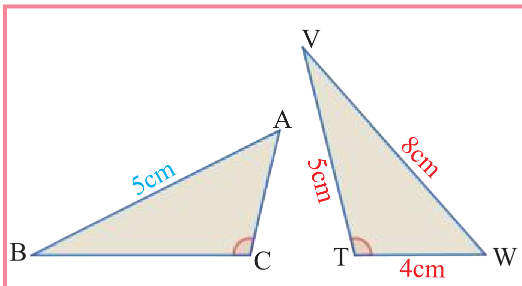
[5-3-2] التناسب والقياس Proportion and Measure

لايجاد نسبة المحيطين ونسبة المساحتين لمثلثان متشابهان، يمكنني استعمال المبرهنة التالية (بدون برهان) .

مبرهنة: اذا تشابه مثلثان بنسبة تشابه $\frac{a}{b}$ فإن نسبة المحيطين للمثلثين تساوي $\frac{a}{b}$ ونسبة المساحتين للمثلثين $\frac{a^2}{b^2}$

اذا كان المثلثان متشابهين، فإن النسبة بين محيطيهما تساوي النسبة بين اطوال الاضلاع المتناظرة.

مثال (4) ليكن $\triangle ABC \sim \triangle WVT$ جد محيط $\triangle ABC$.



نفرض P_1 محيط المثلث WVT

$$P_1 = 8 + 5 + 4 = 17cm$$

استعمل التناسب لاجد محيط المثلث ABC

P_2

نفرض P_2 محيط المثلث ABC

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{AB}{WV} \Rightarrow \frac{P_2}{17} = \frac{5}{8}$$

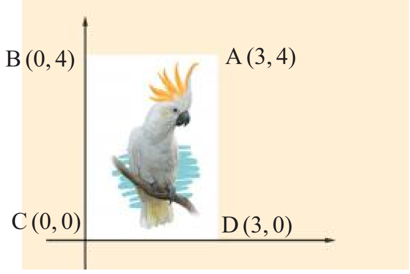
اذن محيط المثلث ABC يساوي

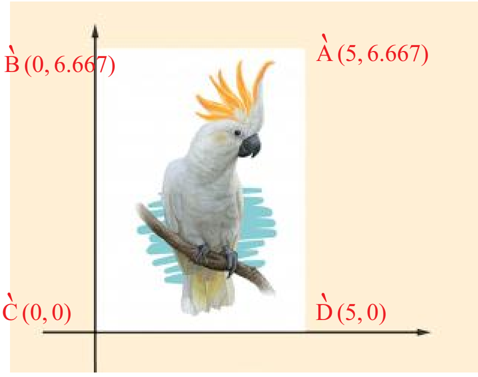
$$\therefore P_2 = 10.625cm$$

تعلمت سابقاً ثلاثة تحويلات هندسية: الانسحاب، الانعكاس، والدوران، وهذه التحويلات تحافظ على الهيئة والقياسات.
سوف تتعلم في هذا الدرس تحويلاً جديداً يحافظ على الهيئة دون حفظ القياسات، انه التناسب الهندسي Dilation.

التناسب الهندسي: هو تحويل يغير مقاييس الاشكال الهندسية دون تغيير هيئتها فالشكل وصورته بالتناسب الهندسي يكونان دائماً متشابهين، مركز التناسب هو نقطة الاصل.
سنقتصر دراسة التناسب الهندسي في هذا الدرس على المستوى الاحداثي، اذا تعاملت مع تناسب هندسي معامله الهندسي M فسوف يكون بامكانك ان تجد صورة النقطة بضرب احداثياتها في M. $(x,y) \to (Mx,My)$

مثال (5) يبين الرسم المجاور موقع صورة على شبكة الانترنيت، ارسم حدود الصورة بعد تحويلها بتناسب هندسي نسبته $\frac{5}{3}$.





الخطوة (1): اضرب معامل التناسب الهندسي في احداثيات الرؤوس.

$$A(3,4) \to (\frac{5}{3}\times 3, \frac{5}{3}\times 4) \longrightarrow \grave{A}(5, 6.667)$$

$$B(0,4) \to (\frac{5}{3}\times 0, \frac{5}{3}\times 4) \longrightarrow \grave{B}(0, 6.667)$$

$$C(0,0) \to (\frac{5}{3}\times 0, \frac{5}{3}\times 0) \longrightarrow \grave{C}(0,0)$$

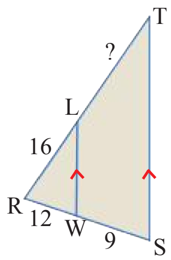
$$D(3,0) \to (\frac{5}{3}\times 3, \frac{5}{3}\times 0) \longrightarrow \grave{D}(5,0)$$

الخطوة (2): اضع النقاط $\grave{A},\grave{B},\grave{C},\grave{D}$ على المستوى الاحداثي ثم اصل بينهم لاحصل على المستطيل $\grave{A}\grave{B}\grave{C}\grave{D}$.

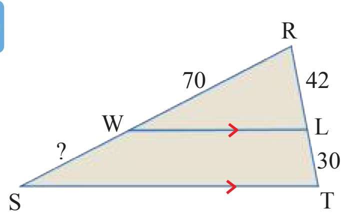
تأكَّدْ من فهمِكَ

جد طول القطعة المستقيمة المجهولة في الاشكال الاتية:

1



2

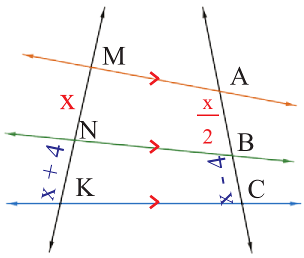


الاسئلة 1-2 مشابهة للامثلة 1-3

الاسئلة 3-4 مشابهة للمثال 2

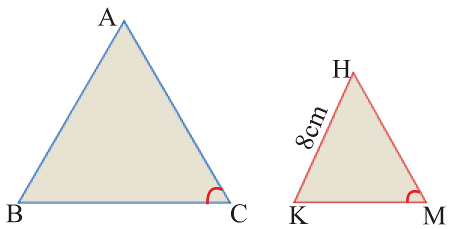
3 في المثلث MQP، $MQ = 12.5, MR = 4.5, MP = 25, MN = 9$ هل $\overline{QP} \parallel \overline{RN}$ او لا؟ برّر اجابتك. حيث $N \in \overline{MP}, R \in \overline{MQ}$

4 في الرسم المجاور جد طول $\overline{KN}, \overline{MN}$

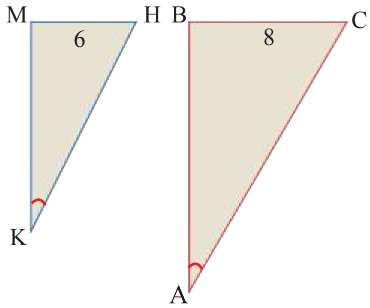


السؤال 4 مشابه للمثال 3

5 المثلثان ABC,HKM متشابهان، مساحة $\triangle ABC$ ضعف مساحة $\triangle HKM$، ما طول $\overline{AB}$ ؟



السؤالين 5,6 مشابهان للمثالين 4,5



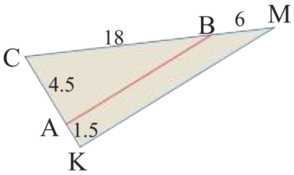
6 المثلثان KMH ,ABC متشابهان، جد مساحة ومحيط المثلث ABC علماً ان محيط المثلث KMH يساوي 18cm ومساحته $15cm^2$.

7 ABC مثلث حيث $A(6,0), B(-3,\frac{3}{2}), C(3,-6)$ ، جد صورته بعد تصغيره بمعامل $\frac{1}{3}$ ، علماً ان مركز التناسب هو نقطة الاصل.

السؤال 7 مشابه للمثال 5

تدربْ وحلّ التمريناتِ

8 في المثلث ACD، $\overline{CD} \,/\!/\, \overline{BE}$ جد قيمة x و $\overline{ED}$ اذا كان: $AB = 2, AE = 3, BC = 8, ED = 3x - 3$.

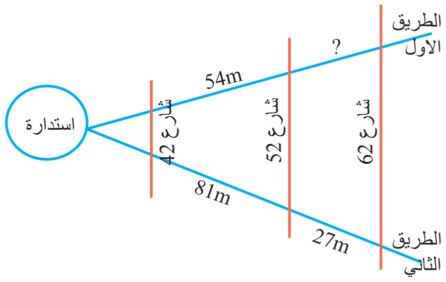


9 حدد ما اذا كان $\overline{MK} \,/\!/\, \overline{AB}$ في الشكل المجاور.

10 نسبة مساحة المثلث ABC الى نسبة مساحة المثلث KMH تساوي $\frac{16}{25}$ ما نسبة تشابه المثلثين وما النسبة التشابه بين محيطيهما ؟

11 جد صورة المثلث ABC حيث: $A(-1,-1), B(1,-2), C(1,2)$ تحت تأثير تناسب معامله 2.

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

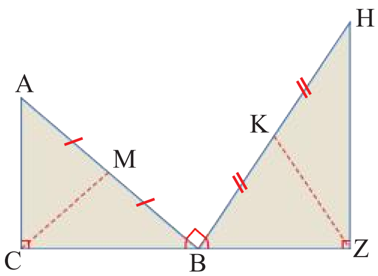


12 **طرق:** تمثل الخريطة المجاورة بعض الشوارع المتوازية وطريقين عبرها، ما طول الطريق الاول بين الشارع 62 والشارع 52؟

13 **هندسة:** جد صورة الشكل الرباعي حيث: $A(2,6), B(-4,0), C(-4,-8), D(-2,-12)$ تحت تأثير تناسب معامله $\frac{1}{4}$

فَكِّرْ

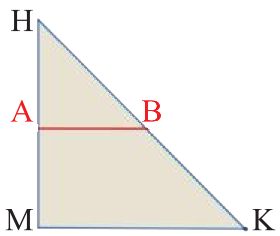
اذا علمت ان طول القطعة المستقيمة الواصلة من رأس القائمة الى منتصف الوتر تساوي نصف طول الوتر اجب عن السؤال 14.



14 **تحدّ:** في الرسم المجاور M منتصف $\overline{AB}$ و K منتصف $\overline{HB}$ ، الزوايا: $\angle Z, \angle ABH, \angle C$ قائمة، برهن ان $\frac{(BZ)^2 + (ZH)^2}{(BC)^2 + (CA)^2} = \left(\frac{KZ}{CM}\right)^2$.

أكتب

ما تستطيع من تناسبات اذا علمت ان $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{MK}$ في الشكل المجاور.



الدرسُ [5-4] الدائرة
The Circle

فكرةُ الدرس

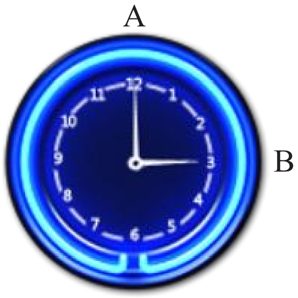
- اجد قياس الاقواس والزوايا المركزية للدوائر.
- أتعرف الى المماس والمماس المشترك.

المفردات

- القوس، الوتر.
- المماس، المماس المشترك.
- الزوايا المركزية.

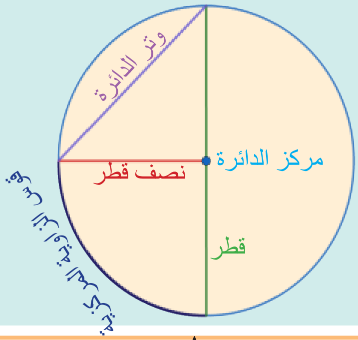
تعلم

كل زاوية بين عقربي ساعة هي زاوية مركزية و**الزاوية المركزية** هي الزاوية التي تقطع الدائرة في نقطتين ورأسها هو مركز الدائرة وكل زاوية مركزية في دائرة يقابلها قوس على الدائرة يسمى **قوس الزاوية**، ما قياس $\overset{\frown}{AB}$ المقابل $\angle AOB$ ؟ وهل هناك عدة انواع من الاقواس؟



[5-4-1] القوس والوتر Arc and Chord

تعرفت سابقاً مفهوم **الدائرة**: وهي مجموعة من النقاط المتصلة في المستوي والتي لها البعد نفسه عن نقطة ثابتة تسمى **مركز الدائرة**، و**نصف قطر الدائرة r** : هو قطعة مستقيمة تصل بين مركز الدائرة ونقطة على الدائرة، **وتر الدائرة**: هو قطعة مستقيمة طرفاها على الدائرة، **قطر الدائرة**: هو وتر يمر بمركز الدائرة.
وسوف تزيد معلوماتك عن الدائرة في هذا الدرس لتتعرف الى القوس وقياسه بدلالة الزاوية المركزية المقابلة له.



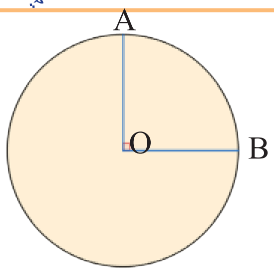
مثال (1) كيف اجد قياس القوس $\overset{\frown}{AB}$ بدلالة الزاوية المركزية المقابلة له؟

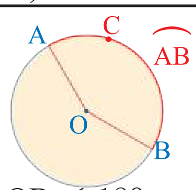
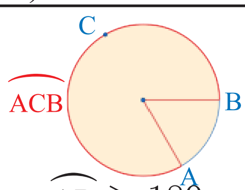
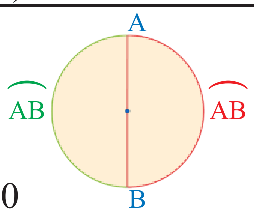
قياس الزاوية المركزية يكافئ قياس القوس المقابل لها ويرمز للقوس $\overset{\frown}{AB}$

الزاوية AOB قائمة $m\angle AOB = 90°$

اذن قياس القوس المقابل للزاوية AOB يساوي $\overset{\frown}{AB} = 90$

هناك ثلاثة انواع من الاقواس في الدائرة وهي:



القوس الاصغر(اصغر من 180)	القوس الاكبر(اكبر من 180)	قياس نصف الدائرة (يساوي 180)
 $m\overset{\frown}{ACB} = m\angle AOB < 180$	 $m\overset{\frown}{ACB} = 360 - m\overset{\frown}{AB} > 180$	 $m\overset{\frown}{AB} = 180$

مثال (2) جد قياس الزوايا والاقواس المجهولة في الشكل المجاور:

i) $\overset{\frown}{BC}: m\angle BOC = 30° \Rightarrow m\overset{\frown}{BC} = 30$

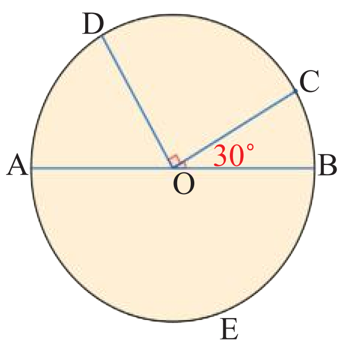
ii) $\overset{\frown}{DC}: m\angle COD = 90° \Rightarrow m\overset{\frown}{DC} = 90$

iii) $\overset{\frown}{BCD}: m\angle BOC + m\angle COD = 30° + 90° = 120°$

$m\overset{\frown}{BCD} = 120$

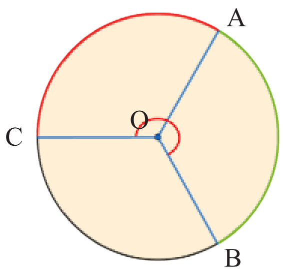
iv) $\overset{\frown}{BEA}: m\angle BOA = 180° \Rightarrow m\overset{\frown}{BEA} = 180$

iv) $\overset{\frown}{AD}: m\angle AOD = 180° - 120° = 60° \Rightarrow m\overset{\frown}{AD} = 60$



مثال (3) الدائرة المقابلة مقسمة الى ثلاثة اجزاء متطابقة، جد قياس الاقواس الآتية: $\overset{\frown}{AB}$ ، $\overset{\frown}{ABC}$.

هناك ثلاث زوايا مركزية متطابقة مجموعها 360°



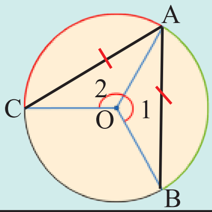
$$i)\ \overset{\frown}{AB}:\ m\angle AOB = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ \Longrightarrow \overset{\frown}{AB} = 120$$

$$ii)\ \overset{\frown}{ABC}:\ m\angle ABC = 120^\circ + 120^\circ = 240^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{ABC} = 240$$

او بطريقة اخرى:

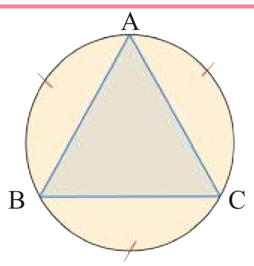
$$\overset{\frown}{ABC} = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{ABC} = 240$$

لاحظ المثلثين والزاويتين المركزيتين 1,2 والقوسين $\overset{\frown}{AB}, \overset{\frown}{CA}$ والوترين $\overline{AB}, \overline{CA}$ اذا تطابقت الزاويتان تطابق القوسان وتطابق المثلثان فيتطابق الوتران $\overline{AB}, \overline{CA}$ ويمكنك ان تستعمل مثل هذه الطريقة للتوصل الى المبرهنة التالية (بدون برهان):



مبرهنة الاقواس والاوتار والزاوية المركزية، في كل دائرة او في دائرتين متطابقتين	
• اذا تطابقت زاويتان مركزيتان تطابق وتراهما وبالعكس.	$\angle 1 \cong \angle 2 \Leftrightarrow \overline{AB} \cong \overline{AC}$
• اذا تطابقت زاويتان مركزيتان تطابق قوساهما وبالعكس.	$\angle 1 \cong \angle 2 \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{AC}$
• اذا تطابق قوسان تطابق وتراهما وبالعكس.	$\overline{AB} \cong \overline{AC} \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{AC}$

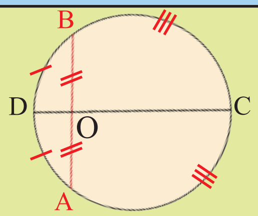
مثال (4) استعمل مبرهنة الاقواس والاوتار لتبرهن ان المثلث ABC متساوٍ الاضلاع في الدائرة المقابلة علماً ان $\overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{AC} \cong \overset{\frown}{CB}$



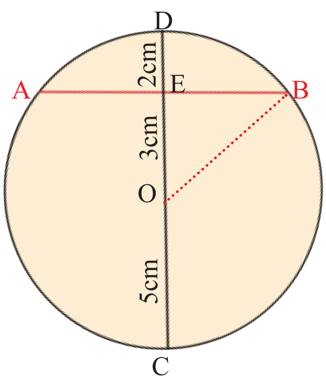
معطى في السؤال $\because\ \overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{AC} \cong \overset{\frown}{CB}$

مبرهنة الاقواس والاوتار $\therefore\ \overline{AB} \cong \overline{AC} \cong \overline{CB}$

لذا فان المثلث ABC متساوي الاضلاع.

مبرهنة القطر العمودي، في كل دائرة	
مبرهنة: القطر العمودي على وتر في دائرة ينصف الوتر وينصف كلا قوسيه. $\overline{CD} \perp \overline{AB} \Rightarrow AO = BO,\ \overset{\frown}{AD} \cong \overset{\frown}{DB},\ \overset{\frown}{BC} \cong \overset{\frown}{AC}$	

مثال (5) استعمل مبرهنة القطر العمودي وجد طول الوتر AB اذا علمت ان نصف القطر OD يساوي 5cm. وان DE=2cm



الخطوة (1):ارسم نصف القطر $\overline{OC}$

معطى $OC = OD = 5cm,\ DE = 2cm$

$OE = 5 - 2 = 3cm$

الخطوة (2): مبرهنة فيثاغورس $(EB)^2 + (EO)^2 = (OB)^2$

بالتعويض $25 - 9 = (EB)^2$

بالتبسيط $(EB)^2 = 16 \Rightarrow EB = 4cm$

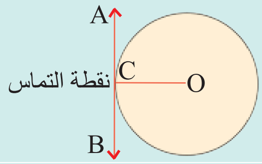
E منتصف $\overline{AB}$ مبرهنة القطر العمودي $\therefore\ AB = 2 \times EB = 2 \times 4 = 8cm$

القطر $\overline{DC}$ عمودي على الوتر $\overline{AB}$ وينصفه

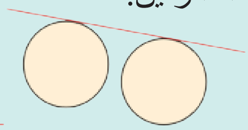
[5-4-2] المماس Trangent

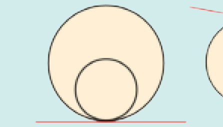
مماس الدائرة: هو المستقيم الذي يلاقي الدائرة في نقطة واحدة تعرف بنقطة التماس ويكون عمودياً على نصف القطر في نقطة التماس.

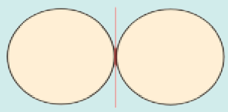
مبرهنة المماس



المماس المشترك لدائرتين: هو مستقيم مماس لكل من الدائرتين.





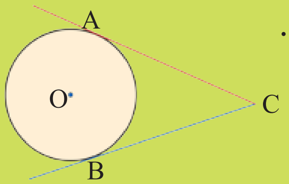


مبرهنة المماسين

مبرهنة: القطعتان المماستان المرسومتان لدائرة من نقطة خارجة عنها متطابقتان.

$\overline{CB}, \overline{CA}$ مماسان للدائرة من نقطة C.

$\therefore \overline{CB} \cong \overline{CA}$



مثال (6)

دائرة مركزها O في الشكل المجاور، $\overline{AB}$ هو مماس للدائرة في A وقياس الزاوية ABO يساوي 35° جد قياس الزاوية AOB، ثم جد طول القطعة المستقيمة BC.

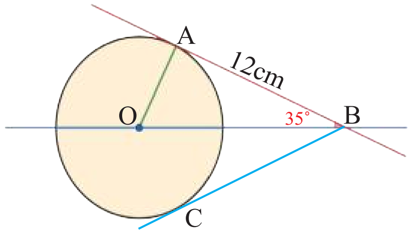
$\overline{BA}$ مماس الدائرة في النقطة A

مبرهنة المماس $\qquad \overline{AB} \perp \overline{AO},\ m\angle OAB = 90°$

معطى $\qquad \because m\angle OBA = 35°$

مجموع زوايا المثلث 180° $\qquad \therefore m\angle AOB = 180° - (90° + 35°) = 55°$

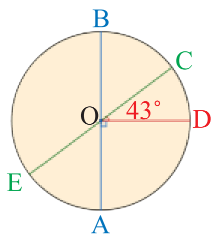
مبرهنة المماسين $\qquad$ BC=12cm



تأكَّدْ من فهمِكَ

في الدائرة ادناه، جد قياس الزوايا والاقواس فيما يأتي:

الاسئلة 1-4 مشابهة للامثلة 1,2



1 $\angle AOD$

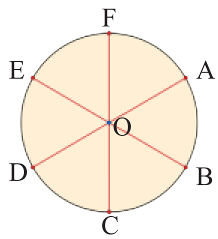
2 $\angle COB$

3 $\overset{\frown}{DBE}$

4 $\overset{\frown}{DAB}$

دائرة مقسمة الى 6 اجزاء متطابقة جد قياس كل قوس مما يأتي:

الاسئلة 5-7 مشابهة للمثال 3



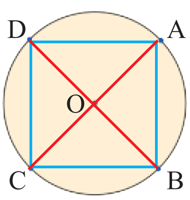
5 $\overset{\frown}{AB}$

6 $\overset{\frown}{ABC}$

7 $\overset{\frown}{ABD}$

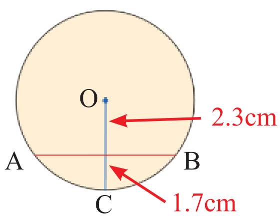
8 الدائرة المجاورة مقسمة الى 4 اجزاء متطابقة، برهن ان الشكل ABCD مربع.

السؤال 8 مشابه للمثال 4



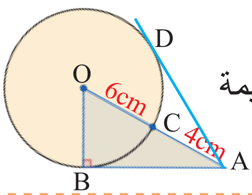
9 في الشكل المجاور استعمل مبرهنة القطر العمودي وجد طول القطعة المستقيمة AB في الدائرة المجاورة مقرباً الناتج الى اقرب عُشر.

السؤال 9 مشابه للمثال 5



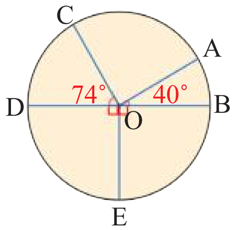
10 استعمل مبرهنة المماس لتجد طول القطع المستقيمة AB,AD في الشكل المجاور.

السؤال 10 مشابه للمثال 6



تدربْ وحلّ التمريناتِ

جد قياس الزوايا والاقواس فيما يأتي:



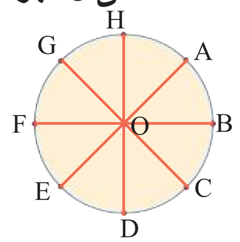
11 $\angle COA$

12 $\overset{\frown}{DBE}$

13 $\overset{\frown}{BAC}$

14 $\overset{\frown}{DCA}$

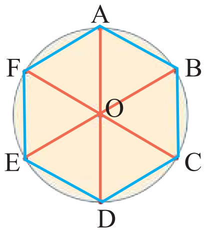
الدائرة مقسمة الى 8 اجزاء متطابقة جد قياس كل قوس مما يأتي:



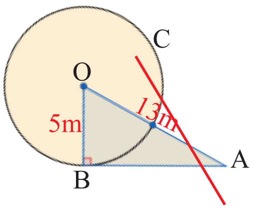
15 $\overset{\frown}{AB}$

16 $\overset{\frown}{ABC}$

17 $\overset{\frown}{GDB}$



18 الدائرة المجاورة مقسمة الى 6 اجزاء متطابقة، برهن ان الشكل ABCDEF سداسي منتظم.



19 استعمل مبرهنة المماس لتجد طول القطع المستقيمة AB,AC في الدائرة المجاورة.

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

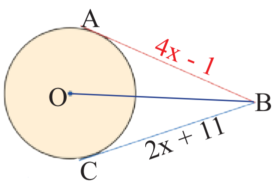


20 **جغرافية (براكين):** ترتفع فوهة بركان (هولالاي) عن مستوى سطح البحر 2.52km، احسب المسافة بين قمة البركان ومستوى الافق اذا علمت ان نصف قطر الارض 6437km تقريباً مقرباً الناتج لاقرب كيلومتر.

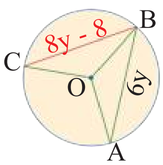


21 **محطة فضائية:** تبعد محطة مير الروسية عن مستوى سطح البحر مسافة 390km تقريباً، ما المسافة بين هذه المحطة والافق، مقرباً الناتج الى اقرب كيلومتر. علماً ان نصف قطر الارض 6437km تقريباً.

فَكِّرْ

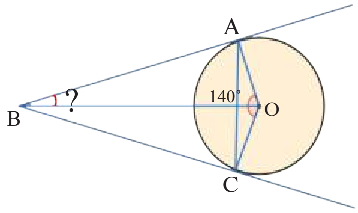


22 **تحدٍ:** استعمل مبرهنة المماسين وجد طول $\overline{AB}$ في الدائرة المجاورة.



23 **حس عددي:** اذا كانت الزاويتان COB,AOB متطابقين، جد طول $\overline{CB}$ في الدائرة المجاورة.

أكتب



الخطوات اللازمة لتجد قياس زاوية ABC في الرسم المجاور اذا علمت ان$\overline{BO}$ ينصف الزاوية AOC والتي قياسها يساوي $140°$.

الدرسُ [5-5]

المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة

Triangle and Circle and Line Segments and Circle

فكرةُ الدرس

- استعمال خصائص المحاور ومنصفات الزوايا لارسم الدائرة المحيطة والدائرة المحاطة في مثلث.
- اجد اطوال القطع المستقيمة يحددها قاطعان على دائرة.

المفردات

- الدائرة المحيطة.
- الدائرة المحاطة.

تعلم

في $\triangle ABC$ المجاور يتقاطع محور BC ومحور AB في O.

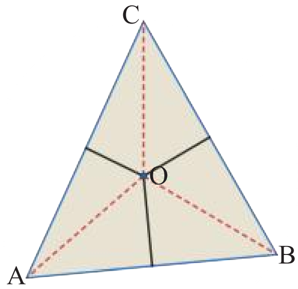
$OB = OC$ لان O تقع على محور BC

$OA = OC$

وبالتالي O تقع على محور AC اي ان محور AC يمر في O

$\because OA = OB = OC$

نستطيع ان نرسم دائرة مركزها O وتمر في رؤوس المثلث ABC.

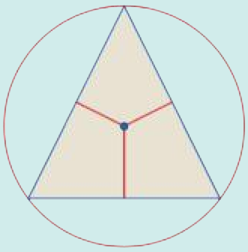


[5-5-1] المثلث والدائرة Triangle and Circle

تعرفنا سابقاً في الدرس (2) الى مبرهنة (القطعة المستقيمة المتوسطة للمثلث):

[تتقاطع محاور الاضلاع الثلاثة للمثلث في نقطة واحدة]. ومنها نستطيع ان نرسم الدائرة المحيطة بالمثلث. الدائرة المحيطة (الدائرة الخارجية للمثلث): لكل مثلث دائرة واحدة تحيط به مركزها نقطة تقاطع المحاور الثلاثة.

المحاور : هي الاعمدة المقامة على اضلاع مثلث من منتصفاتها تلتقي بنقطة واحدة (O) تكون متساوية البعد عن رؤوسه وهذه النقطة هي مركز الدائرة التي تمر برؤوس المثلث.

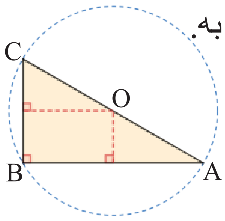


مثال (1) جد نقطة تقاطع محاور المثلث ABC كما في الشكل المجاور وارسم الدائرة المحيطة به.

محور $\overline{AB}$ يمر في منتصف $\overline{AB}$ ويوازي $\overline{BC}$

محور $\overline{BC}$ يمر في منتصف $\overline{BC}$ ويوازي $\overline{AB}$

$\therefore$ المحاور الثلاثة تلتقي في منتصف $\overline{AC}$ والتي تمثل مركز الدائرة المحيطة بالمثلث.

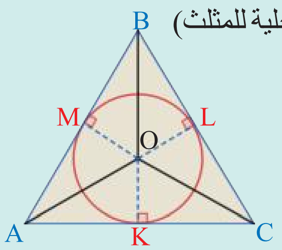


بالامكان الاستفادة من مبرهنة منصفات زوايا المثلث لرسم الدائرة المحاطة بمثلث (الدائرة الداخلية للمثلث)

- تتقاطع منصفات زوايا المثلث في نقطة واحدة.
- نقطة تقاطع منصفات الزوايا تقع على المسافة نفسها من الاضلاع الثلاثة.

في كل مثلث توجد دائرة داخل المثلث مماسة لاضلاعه الثلاثة وتسمى الدائرة المحاطة.

$OL = OK = OM$



مثال (2) الدائرة التي مركزها O محاطة بالمثلث ABC برهن ان $\overline{BO}$ منصف $\angle LOK$ والمحور $\overline{KL}$.

مبرهنة المماسين $BK=BL$

نصفا قطري الدائرة $OK=OL$

$\because$ المثلثان BOK,BOL متطابقان (مبرهنة التطابق ض.ض.ض)

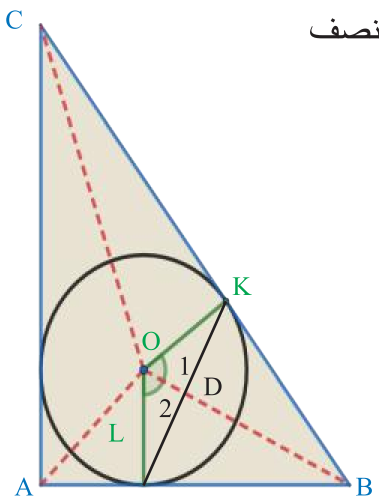
$m\angle 1 = m\angle 2$

من التطابق $\overline{BO}$ ينصف الزاوية LOK

المثلثان KDB,LDB متطابقان (ض.ز.ض).

$\overline{KL} \perp \overline{BO}$

$\therefore$ $\overline{KL}$ محور $\overline{BO}$

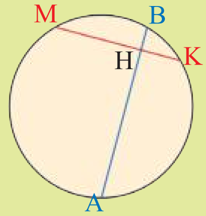


تعلمت في الدرس (5-4) كيف اجد اطوال اجزاء وتر يتقاطع مع قطر عمودي عليه، ولكن كيف اجد اطوال اوتار متقاطعة اخرى؟

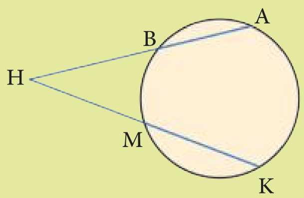
مبرهنة القاطعين للدائرة

المبرهنة

اذا قطع مستقيمان متقاطعان دائرة تشكل على كل منهما قطعتان مستقيمتان، ناتجا ضرب طوليهما متساويان.

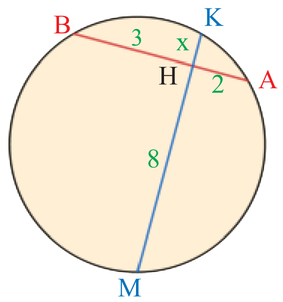


$HM \times HK = HB \times HA$



$HB \times HA = HM \times HK$

مثال (3) جد قيمة x وطول كل وتر.



مبرهنة القاطعين في الدائرة $HM \times HK = HB \times HA$

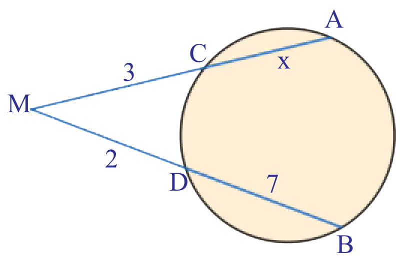
بالتعويض $8 \times x = 3 \times 2$

$x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

طول الوتر AB $AB = AH + HB = 2 + 3 = 5$

طول الوتر MK $MK = MH + HK = 8 + \frac{3}{4} = 8\frac{3}{4}$

مثال (4) جد قيمة x وطول كل من $\overline{AM}, \overline{BM}$.



مبرهنة القاطعين في الدائرة $MD \times MB = MC \times MA$

بالتعويض $2 \times 9 = 3 \times (3 + x)$

$18 = 9 + 3x$

$3x = 18 - 9 = 9$ ، طول $\overline{AM} = 6$

$x = \frac{9}{3} = 3$ ، طول $\overline{BM} = 9$

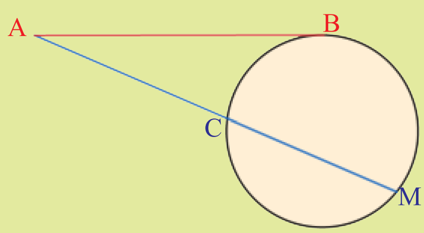
يمكن استعمال حاصل ضرب جزئي القاطع مع مبرهنة القاطع والمماس وفي هذه الحالة يكون المماس هو الجزء الخارجي والكلي للقطعة نفسها.

مبرهنة المماس والقاطع في الدائرة

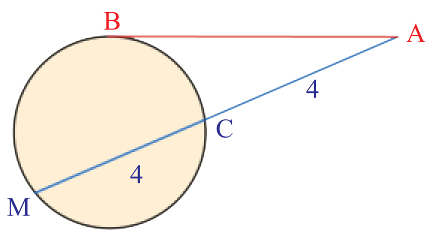
المبرهنة

من نقطة خارج الدائرة اذا رسم مماساً ومستقيماً قاطعاً لها. فأن ناتج ضرب طولي قطعتي القاطع، يساوي مربع طول قطعة المماس.

$AC \times AM = (AB)^2$



مثال (5) جد طول قطعة المماس AB .

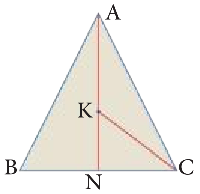


مبرهنة المماس والقاطع في الدائرة $AC \times AM = (AB)^2$

بالتعويض $4 \times 8 = 32$

طول قطعة المماس AB $\therefore AB = 4\sqrt{2}$

تأكَّدْ من فهمِكَ



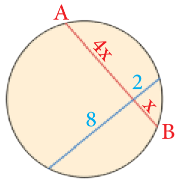
1 المثلث ABC متساوي الساقين $AB = AC$ ، N منتصف $\overline{BC}$, $\overline{KA} \cong \overline{KC}$ برهن ان K هي نقطة تقاطع محاور المثلث ABC . ثم ارسم الدائرة المحيطة به.

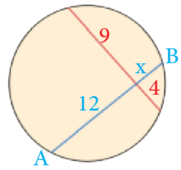
2 ABC مثلث منتظم، طول ضلعه 12cm حدد نقطة تقاطع محاوره ثم ارسم الدائرة المحيطة به وجد طول قطرها.

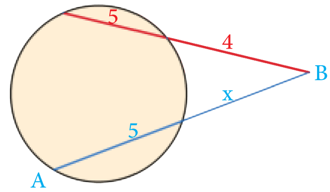
الاسئلة 2-1 مشابهة للمثال 1

الاسئلة 5-3 مشابهة للمثالين 3,4

جد قيمة x وطول كل قطعة مجهولة لكل مما يأتي:

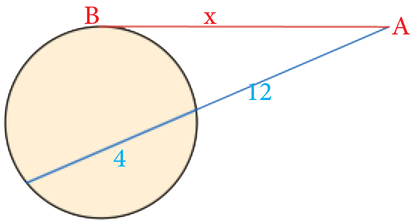
3


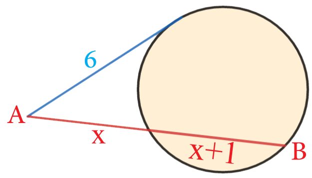
4


5


الاسئلة 6,7 مشابهة للمثال 5

جد قيمة x وطول $\overline{AB}$ **.**

6


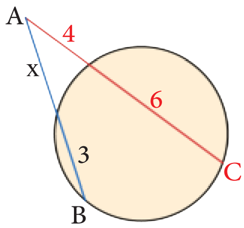
7


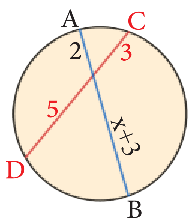
تدربْ وحلّ التمريناتِ

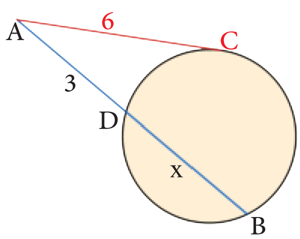
8 ABC مثلث قائم متساوِ الساقين وطول كل من ساقيه 6cm ، ارسم الدائرة التي يحيط بها المثلث ABC وجد مساحة الدائرة.

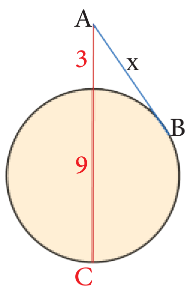
9 ABC مثلث قائم متساوِ الساقين وتره $\overline{BC}$ حدد نقطة تقاطع محاور هذا المثلث وارسم الدائرة المحيطة به.

جد قيمة x وطول القطع المستقيمة المجهولة لكل مما يأتي:

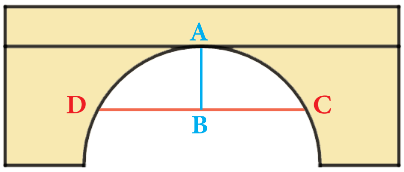
10


11


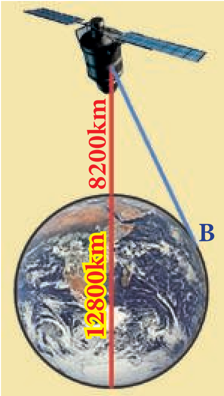
12


13


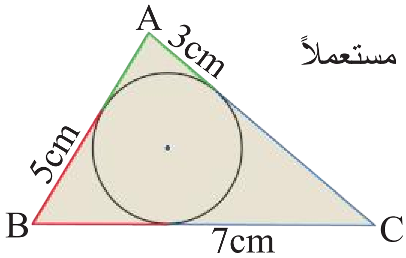
تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



14 **بناء:** يرتكز جسر على قوس دائرة كما مبين في الشكل المقابل، $\overline{AB}$ محور $\overline{DC}$ $DC=150m$, $AB=60m$ ما قطر الدائرة؟

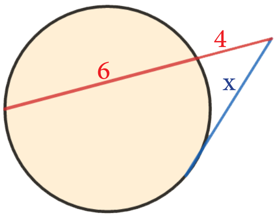


15 **فضاء:** قمر صناعي يدور حول الارض على ارتفاع 8200km اذا كان قطر الارض 12800km تقريباً، ما المسافة التي تفصل القمر الصناعي عن النقطة B في الشكل المجاور.



16 **هندسة:** O نقطة تقاطع محاور المثلث ABC، جد محيط المثلث ABC مستعملاً الشكل المجاور.

فَكِّرْ



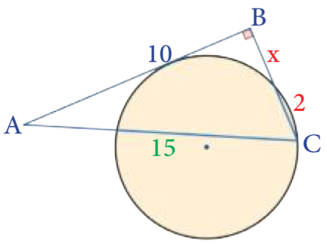
17 **اكتشف الخطأ:** فيما يلي حلان لايجاد قيمة x في الشكل المقابل، ايهما الحل الخطأ؟ برر اجابتك.

مبرهنة المماس والقاطع

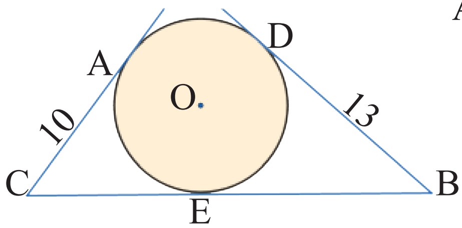
$i)\ 4 \times 6 = x^2$

$24 = x^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{6}$

$ii)\ x^2 = 40 \Rightarrow x = 2\sqrt{10}$



18 **تحدٍ:** في الشكل المقابل $AB = 10$ وهو مماس للدائرة، جد قيمة x.



19 **مسألة مفتوحة:** في الشكل المجاور دائرة مركزها O $\overline{AC}, \overline{BC}, \overline{BD}$ مماسات للدائرة، جد طول القطعة BC.

أكتب

مسألة تستعمل فيها المحاور ومنصفات الزوايا لمثلث في رسم دائرة محيطة به.

الدرسُ [5-6] الزوايا والدائرة

Angles and Circle

فكرةُ الدرس

- اجد قياس الزوايا المحيطية والمماسية.
- ايجاد قياسات زوايا تتقاطع اضلاعها مع دائرة.

المفردات

- الزاوية المحيطية.
- الزاوية المماسية.

يستعمل المفك كأداة لتثبيت البراغي او فتحها والفجوة في هذه الاداة تأخذ شكلاً سداسياً داخل اسطوانة معدنية.

وكل زاوية في الشكل السداسي تكون زاوية محيطية داخل الدائرة.

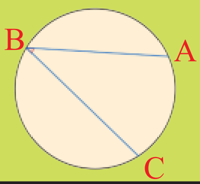


[5-6-1] الزاوية المحيطية Inscribed Angle

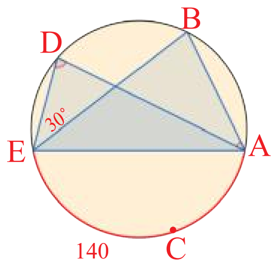
درست سابقاً تعريف القوس بدلالة الزاوية المركزية وكيفية قياس القوس وفي هذا الدرس سنتعرف الى:

الزاوية المحيطية: وهي الزاوية التي رأسها نقطة من نقاط الدائرة وضلعاها وتران في الدائرة .

وكذلك سنتعرف الى كيفية قياسها باستعمال القوس المواجه لها بواسطة المبرهنات الاتية وهي بدون برهان.

مبرهنة الزوايا المحيطية	
قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المواجه لها. $m\angle B = \frac{1}{2} m\,\overset{\frown}{AC}$	

مثال (1) جد قياس الزوايا المحيطية التالية في الشكل المجاور.



ii) $\angle BAD$

مبرهنة الزوايا المحيطية $m\angle BAD = \frac{1}{2} m\,\overset{\frown}{BD}$

$m\angle BED = \frac{1}{2} m\,\overset{\frown}{BD}$

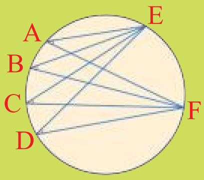
بالتعويض $\therefore m\angle BED = m\angle BAD = 30°$

i) $\angle D$

$m\angle D = \frac{1}{2} m\,\overset{\frown}{ECA}$

$= \frac{140}{2} = 70$

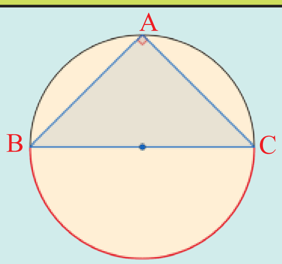
$m\angle D = 70°$

مبرهنة الزوايا المحيطية المواجهة للقوس نفسه	
كل الزوايا المحيطية التي تواجه قوساً مشتركاً على الدائرة تتطابق. $m\angle A \cong m\angle B \cong m\angle C \cong m\angle D = m\,\overset{\frown}{EF}$	

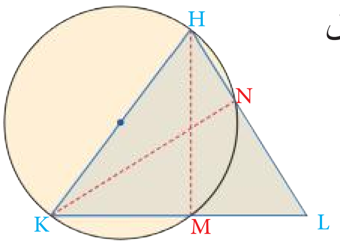
هناك حالة خاصة للزاوية المحيطية عندما تكون زاوية قائمة:

- كل زاوية محيطية تواجه نصف دائرة تكون قائمة.
- كل زاوية محيطية تواجه قطراً تكون قائمة.
- كل زاوية محيطية قائمة تواجه قطراً.

$m\angle A = 90° \Rightarrow m\,\overset{\frown}{BC} = 90$



مثال (2) دائرة قطرها $\overline{KH}$ تقطع $\overline{HL}$ في N وتقطع $\overline{KL}$ في M، كما في الشكل المجاور، برهن ان $\overline{KN}$ و$\overline{HM}$ ارتفاعات في المثلث HKL.



زاوية محيطية تواجه القطر $\overline{KH}$ $\because m\angle HNK$

قائمة $\therefore m\angle HNK = 90°$

$\overline{KN}$ ارتفاع في المثلث HKL

زاوية محيطية تواجه القطر $\overline{KH}$ $\because m\angle HMK$

قائمة $\therefore m\angle HMK = 90°$

$\overline{HM}$ ارتفاع في المثلث HKL

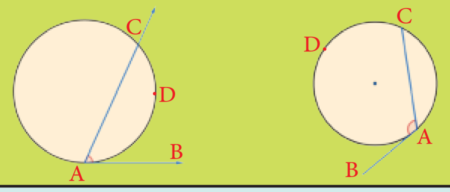
[5-6-2] الزاوية المماسية Tangential Angle

الزاوية المماسية: هي الزاوية التي يشكلها مماس الدائرة مع مستقيم اخر يمر في نقطة التماس (وتر للدائرة).

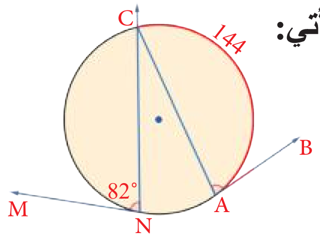
مبرهنة الزوايا المماسية

اذا تقاطع مماس الدائرة مع مستقيم يمر في نقطة التماس يكون قياس الزاوية بينهما نصف قياس القوس المقتطع.

$$m\angle A = \frac{1}{2} m\,\widehat{ADC}$$



مثال (3) باستعمال مبرهنة الزوايا المماسية والشكل المجاور جد قياس كل مما يأتي:



ii) $\widehat{NC}$

مبرهنة الزوايا المماسية $m\angle CNM = \frac{1}{2} m\,\widehat{CN}$

بالتعويض $82° = \frac{1}{2} m\,\widehat{CN}$

$\therefore m\,\widehat{CN} = 164$

i) $\angle BAC$

$m\angle BAC = \frac{1}{2} m\,\widehat{CA}$

$= \frac{144}{2} = 72$

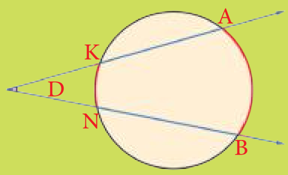
$\therefore m\angle BAC = 72°$

[5-6-3] الزوايا الداخلية والخارجية في الدائرة Internal and External Angels in the Circle

مبرهنة الزاوية الخارجية في دائرة

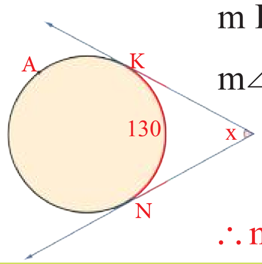
اذا تقاطع مستقيمان خارج دائرة فقياس الزاوية بينهما يساوي نصف الفرق بين قياس القوسين المقتطعين.

$$m\angle D = \frac{1}{2}(m\,\widehat{AB} - m\,\widehat{KN})$$



مثال (4) جد قياس الزاوية الخارجية x في كل مما ياتي:

ii) باستعمال مبرهنة الزاوية الخارجية في الدائرة وبالتعويض عن قيمة $\widehat{KAN}$ بـ 360 نجد قياس زاوية x.



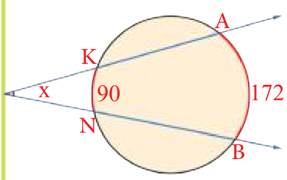
$m\,\widehat{KAN} = 360 - 130 = 230$

$m\angle x = \frac{1}{2}(m\,\widehat{KAN} - m\,\widehat{KN})$

$= \frac{1}{2}(230 - 130)$

$\therefore m\angle x = \frac{100°}{2} = 50°$

i) باستعمال مبرهنة الزاوية الخارجية في الدائرة وبالتعويض عن قيمة الاقواس في الرسم نجد قياس زاوية x.



$m\angle x = \frac{1}{2}(m\,\widehat{AB} - m\,\widehat{KN})$

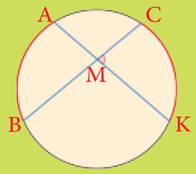
$= \frac{1}{2}(172 - 90)$

$\therefore m\angle x = \frac{82°}{2} = 41°$

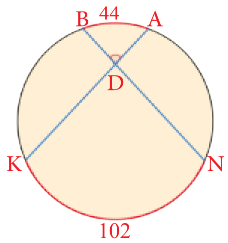
مبرهنة الزاوية الداخلية في دائرة

اذا تقاطع مستقيمان داخل دائرة فقياس الزاوية بينهما يساوي نصف مجموع قياس القوسين المقتطعين.

$$m\angle CMK = \frac{1}{2}(m\,\widehat{CK} + m\,\widehat{AB})$$



مثال (5) جد قياس $\angle ADB$ مستعملاً مبرهنة الزاوية الداخلية في الدائرة.



مبرهنة الزاوية الداخلية في دائرة $\quad m\angle ADB = \frac{1}{2}(m\,\widehat{KN} + m\,\widehat{AB})$

بالتعويض $\quad = \frac{1}{2}(102 + 44)$

$$\therefore m\angle ADB = \frac{146^\circ}{2} = 73^\circ$$

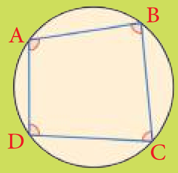
يمكن ايجاد دائرة تمر في الرؤوس الاربعة لرباعي ويسمى هذا الرباعي بالرباعي الدائري.

مبرهنة الرباعي الدائري

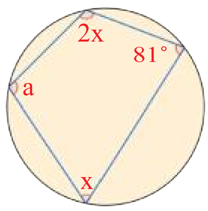
في كل رباعي دائري مجموع قياس كل زاويتين متقابلتين يساوي °180

$$m\angle A + m\angle C = 180^\circ$$

$$m\angle B + m\angle D = 180^\circ$$



مثال (6) جد قيمة x, a في الشكل المجاور:



مبرهنة الرباعي الدائري $\quad \because a + 81^\circ = 180^\circ$

$\therefore a = 180^\circ - 81^\circ = 99^\circ$

مبرهنة الرباعي الدائري $\quad \because x + 2x = 180^\circ \Rightarrow 3x = 180^\circ$

$\therefore x = 60^\circ$

تأكَّدْ من فهمِكَ

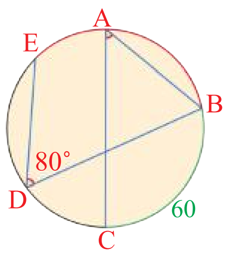
جد قياس كلّ ممّا يأتي:

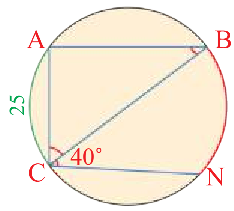
الاسئلة 1-5 مشابهة للمثال 1

الاسئلة 6,7,10 مشابهة للمثال 2

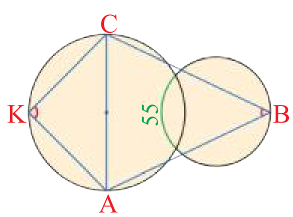
الاسئلة 8,9 مشابهة للمثال 3

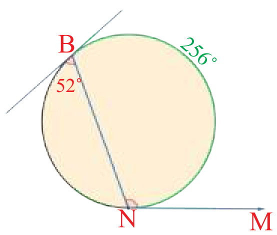
1. $m\,\widehat{BE}$
2. $m\angle ABC$
3. $m\angle CAB$
4. $m\angle ACB$
5. $m\,\widehat{BN}$



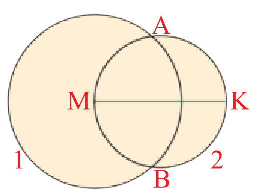


6. $m\angle CKA$
7. $m\angle MNB$
8. $m\angle CBA$
9. $m\,\widehat{BN}$





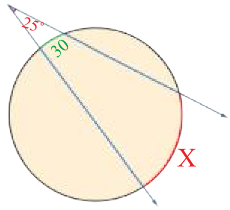
10. اذا علمت ان M مركز الدائرة 1 و $\overline{MK}$ هو قطر الدائرة 2، برهن ان $\overline{KB}$ و $\overline{KA}$ مماسان للدائرة 1.



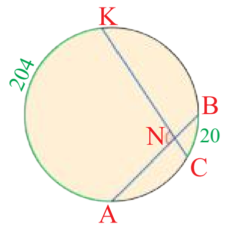
جد قياس كل مما يأتي:

الاسئلة 11,12 مشابهة للامثلة 4,5,6 على الترتيب

12 $m\widehat{X}$



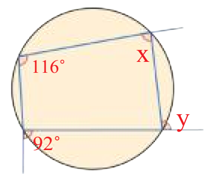
11 $m\angle KNA$



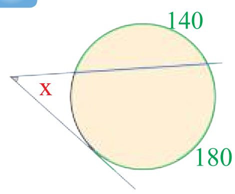
تدربْ وحلّ التمرينات

جد قياس كل مما يأتي:

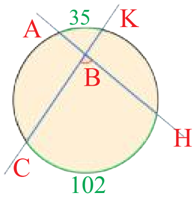
15 $m\angle x, m\angle y$



14 $m\angle x$

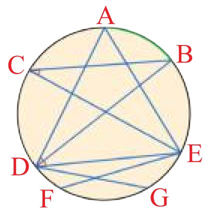


13 $m\angle HBC$

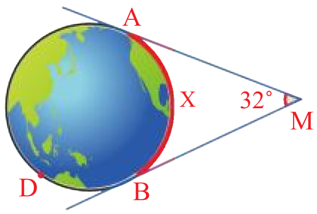


تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

16 زجاج: رسم احد الفنانين الرسم المجاور على زجاج، جد قياس $\angle ADE$ اذا علمت ان $\angle BCE = 30°$ وقياس $\widehat{AB} = 42$.

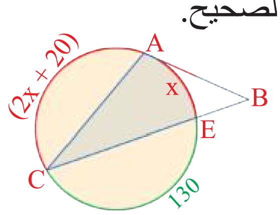


17 فضاء: قمر صناعي يدور حول الارض عندما يصل النقطة M يكون على ارتفاع 14000km فوق الارض، ما قياس القوس الذي يمكن رؤيته من كاميرا القمر الصناعي على الارض؟

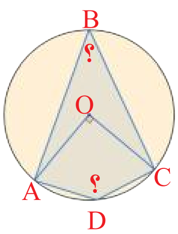


فَكِّرْ

18 **اكتشف الخطأ:** كتب سعيد $m\angle CAB = \frac{160°}{2} = 80°$
بين الخطا وجد الجواب الصحيح.

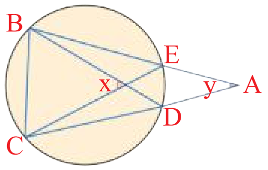


19 **حس عددي:** جد قيمة الزوايا المجهولة:



أكتب

مبرهنات الزوايا الداخلية والخارجية لتقارن بين الزاويتين x ,y .



الدرسُ [5-7]

خطة حل المسألة (الرسم)

Problem Solving Plan (Drawing)

فكرةُ الدرس

• استعمال استراتيجية الرسم

تعلم

لكل شعبة من شعب الصف الثالث المتوسط مقاعد دراسية متساوية وكان في الشعبة (أ) الطالب ياسر يجلس في المقعد الرابع من الامام وفي المقعد الثاني من الخلف والمقعد الخامس من اليسار والثاني من اليمين، ارسم شكلا لايجاد عدد المقاعد في الشعبة (أ) التي يجلس فيها ياسر.



اِفهم

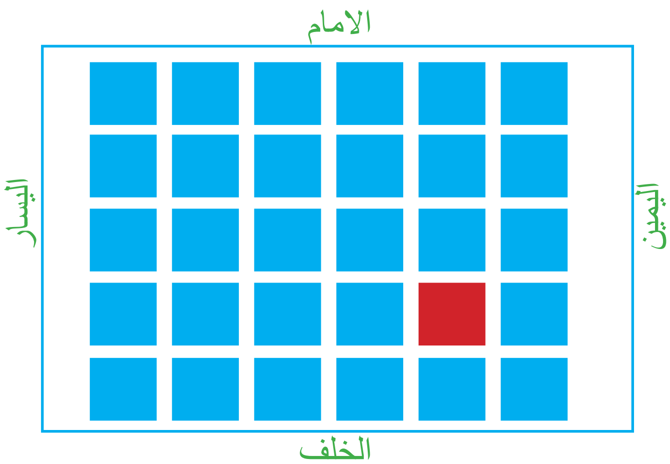
ما المعطيات في المسألة؟ مقعد ياسر هو الرابع من الامام والثاني من الخلف والخامس من اليسار والثاني من اليمين.

ما المطلوب من المسألة؟ ايجادعدد المقاعد في الشعبة (أ).

خطّط

كيف تحلّ المسألة؟ ارسم شكلاً يبين الصفوف والاعمدة اعتماداً على موقع جلوس ياسر.

حلّ



هناك 6 اعمدة من المقاعد في الشعبة (أ) و5 مقاعد في كل عمود.

عدد المقاعد في الشعبة (أ) $6 \times 5 =$

$\therefore 6 \times 5 = 30$

تحقّق

عدد المقاعد في الشكل المرسوم اعلاه تساوي 30 مقعداً،

اذن الحلّ صحيح.

Problems مسـائل

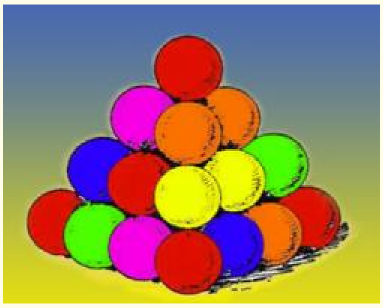
حل المسائل التالية باستراتيجية (تحديد معقولية الإجابة):



1 مسرح قسّم على عدة أقسام، جلس انمار في الصف الرابع من الامام وفي الصف السادس من الخلف وكان مقعده الثاني من جهة اليسار والسادس من جهة اليمين، فما عدد المقاعد في هذا القسم من المسرح؟



2 خزان ماء سعته 500 لتراً يُصب فيه ماء بمقدار 80 لتراً كل 6 دقائق، ما عدد الدقائق اللازمة لملء الخزان؟



3 تم تشكيل هرم رباعي القاعدة باستعمال كرات صغيرة كما في الشكل المجاور، اذا كان الهرم مكوناً من اربع طبقات، ماعدد كرات الهرم؟



4 يستغرق قص قطعة من الخشب الى 5 قطع متساوية 20 دقيقة، ما الزمن اللازم لقص قطعة اخرى مشابهة الى 3 قطع متساوية؟

مراجعةُ الفصلِ Chapter Review

المفردات

English	عربي	English	عربي
Perimeter	محيط	Central Angel	الزاوية المركزية
Cone	مخروط	Surface Area	المساحة السطحية
Area	مساحة	Total Area	المساحة الكلية
Perpendicular lines	مستقيمان متعامدان	Proportion	التناسب
Intersect Lines	مستقيمان متقاطعان	Similarity	التشابه
Polygon	مضلع	Volume	حجم
Tangent	مماس	Axial	المحاور
Pyramid	الهرم	Bisects	المنصفات
Circumscribed Circle	الدائرة المحيطة	Circle	دائرة
Tangency Point	نقطة التماس	Vertix of Triangle	رأس المثلث
Inscribed Circle	الدائرة المحاطة	Tangential Angle	الزاوية المماسية
Cord	وتر	Side	ضلع
Arch	القوس	Perpendicular	عمود
Dilation	التناسب الهندسي	Diameter	قطر
Inscribed Angle	الزاوية المحيطية	Theorem	مبرهنة

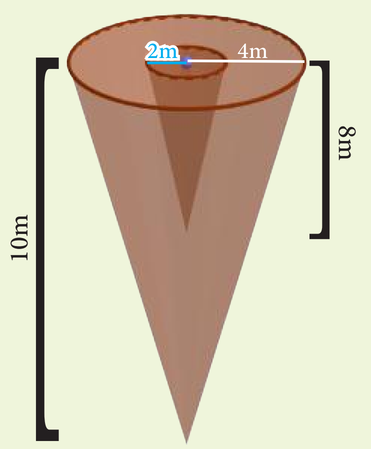
الدرسُ [5-1] المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)

مثال : جد حجم هرم ارتفاعه 8cm وقاعدته خماسي منتظم مساحته $24m^2$.

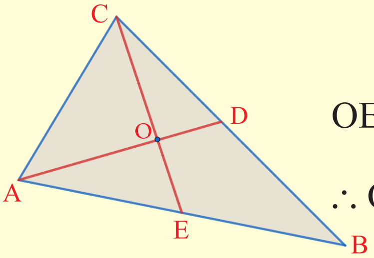
$$V = \frac{1}{3} \times b \times h$$

$$= \frac{1}{3} \times (24) \times 8 = 64m^3$$

تدريب : جد حجم المجسم المركب في الشكل ادناه.



مثال1: المثلث ABC، $\overline{CE}, \overline{AD}$ قطعتان متوسطتان تلتقيان في نقطة O، $CE = 12cm, AD = 9cm$ جد طول $\overline{AO}, \overline{OE}$.



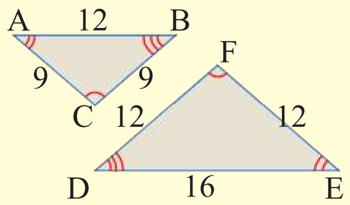
$$OE = \frac{1}{3}CE$$

$$\therefore OE = \frac{1}{3} \times 12 = 4cm$$

$$\because OA = \frac{2}{3}AD$$

$$\therefore OA = \frac{2}{3} \times 9 = 6cm$$

مثال2: بين اذا كان المثلثين في الشكل ادناه متشابهان واكتب نسبة التشابه.



$$\frac{AB}{DE} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

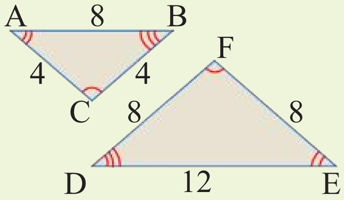
$$\frac{AC}{EF} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{BC}{FD} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

تدريب1: المثلث ABC، $\overline{CE}, \overline{AD}$ قطعتان متوسطتان تلتقيان في نقطة O، $CE = 24cm, AD = 12cm$ جد طول $\overline{AO}, \overline{OE}$.

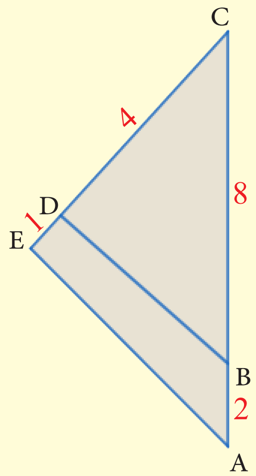
تدريب2: بين اذا كان المثلثين في الشكل ادناه متشابهان واكتب نسبة التشابه.



الدرسُ [5-3] التناسب والقياس في المثلثات

مثال: استعمل الشكل ادناه وبين ما اذا كان:

$\overline{BD} \parallel \overline{AE}$



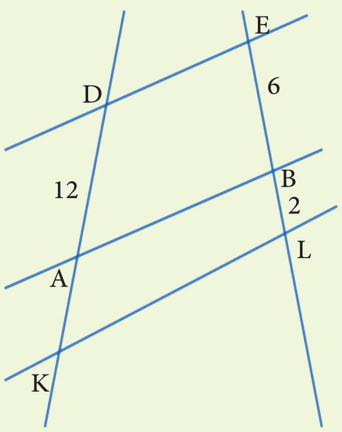
$$\frac{CB}{BA} \stackrel{?}{=} \frac{CD}{DE}$$

$$= \frac{8}{2} = \frac{4}{1}$$

حسب عكس مبرهنة التناسب المثلثي فأن:

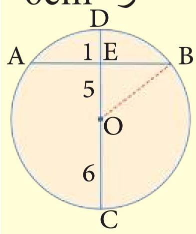
$$\therefore \overline{BD} \parallel \overline{AE}$$

تدريب: جد طول القطعة AK في الشكل ادناه اذا علمت ان: $\overline{DE} \parallel \overline{AB} \parallel \overline{KL}$



الدرسُ [5-4] الدائرة

مثال: استعمل مبرهنة القطر العمودي وجد طول الوتر AB اذا علمت ان نصف القطر 6cm و OE=5cm.



$DE = OD - OE$

$DE = 6 - 5 = 1cm$

$(EB)^2 = (OB)^2 - (OE)^2$

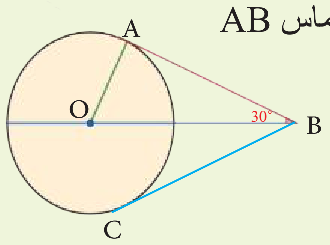
$= 36 - 25 = 11$

$EB = \sqrt{11}$

القطر DCعمودي على الوتر وينصفه (مبرهنة القطر العمودي).

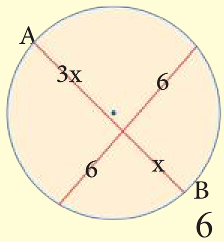
$\therefore AB = 2 \times EB = 2\sqrt{11}\ cm$

تدريب : دائرة مركزها O في الشكل ادناه، $\overline{AB}$ هو مماس للدائرة في A وقياس الزاوية ABO يساوي30°، جد قياس الزاوية AOB، ثم جد طول القطعة المستقيمة BC. علماً ان طول المماس AB يساوي 4cm.



الدرسُ [5-5] المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة

مثال: جد قيمة x وطول القاطع AB في الشكل ادناه.



$6 \times 6 = 3x^2$

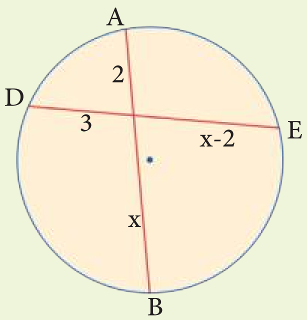
$36 = 3x^2$

$x^2 = \frac{36}{3} = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$

$AB = x + 3x$

$\therefore AB = 2\sqrt{3} + 3(2\sqrt{3}) = 8\sqrt{3}$

تدريب: جد قيمة x وطول القاطع AB,DE في الشكل ادناه.



الدرسُ [5-6] الزوايا والدائرة

مثال: جد قيمة الزوايا المجهولة في الشكل ادناه.

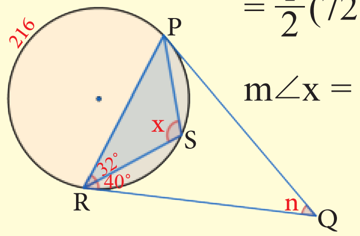
$m\widehat{SR} = 80$

$m\widehat{PS} = 64$

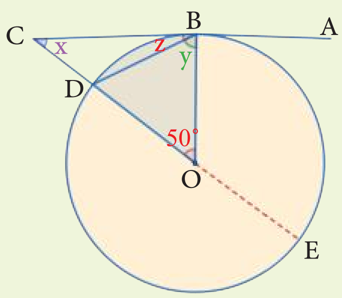
$m\angle n = \frac{1}{2}m(216^\circ - 144^\circ)$

$= \frac{1}{2}(72^\circ) = 36^\circ$

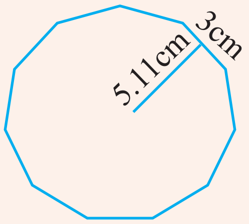
$m\angle x = \frac{216^\circ}{2} = 108^\circ$



تدريب: جد قيمة الزوايا المجهولة (x,y,z) في الشكل ادناه.

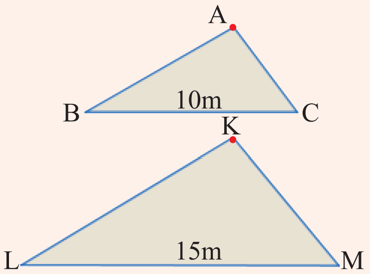


اختبار الفصل
Chapter Test

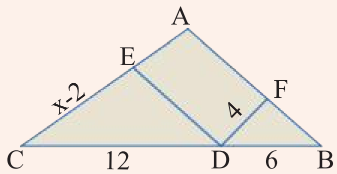


1 جد مساحة ومحيط مضلع منتظم اذا اعطيت المعلومات في الشكل المجاور.

2 جد المساحة السطحية والحجم للمخروط اذا علمت ان مساحة قاعدته $9\pi cm^2$ وارتفاعه الجانبي 5cm.



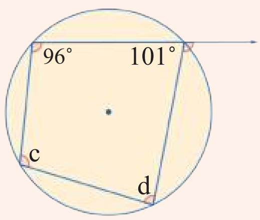
3 المثلثان ABC,KLM متشابهان، مساحة المثلث ABC تساوي $24m^2$ ما مساحة المثلث KLM؟



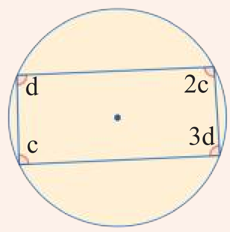
4 بين ان المثلثين ABC, FBD في الشكل المجاور متشابهان، حيث ان: $\overline{AC} \parallel \overline{FD}$ ، وجد قيمة x.

5 جد قياس الزوايا المجهولة في الاشكال الآتية:

i)

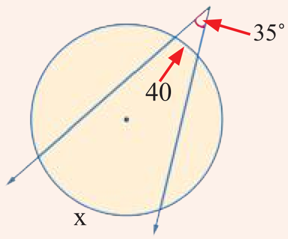


ii)

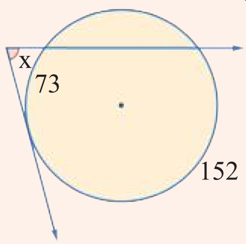


6 جد قيمة x في كل مما يأتي:

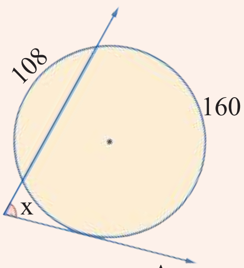
i)



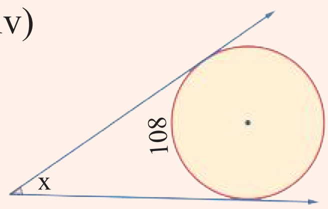
ii)



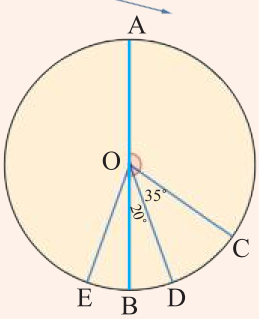
iii)



iv)



7 جد قياس الزوايا والاقواس المجهولة في الشكل المجاور.



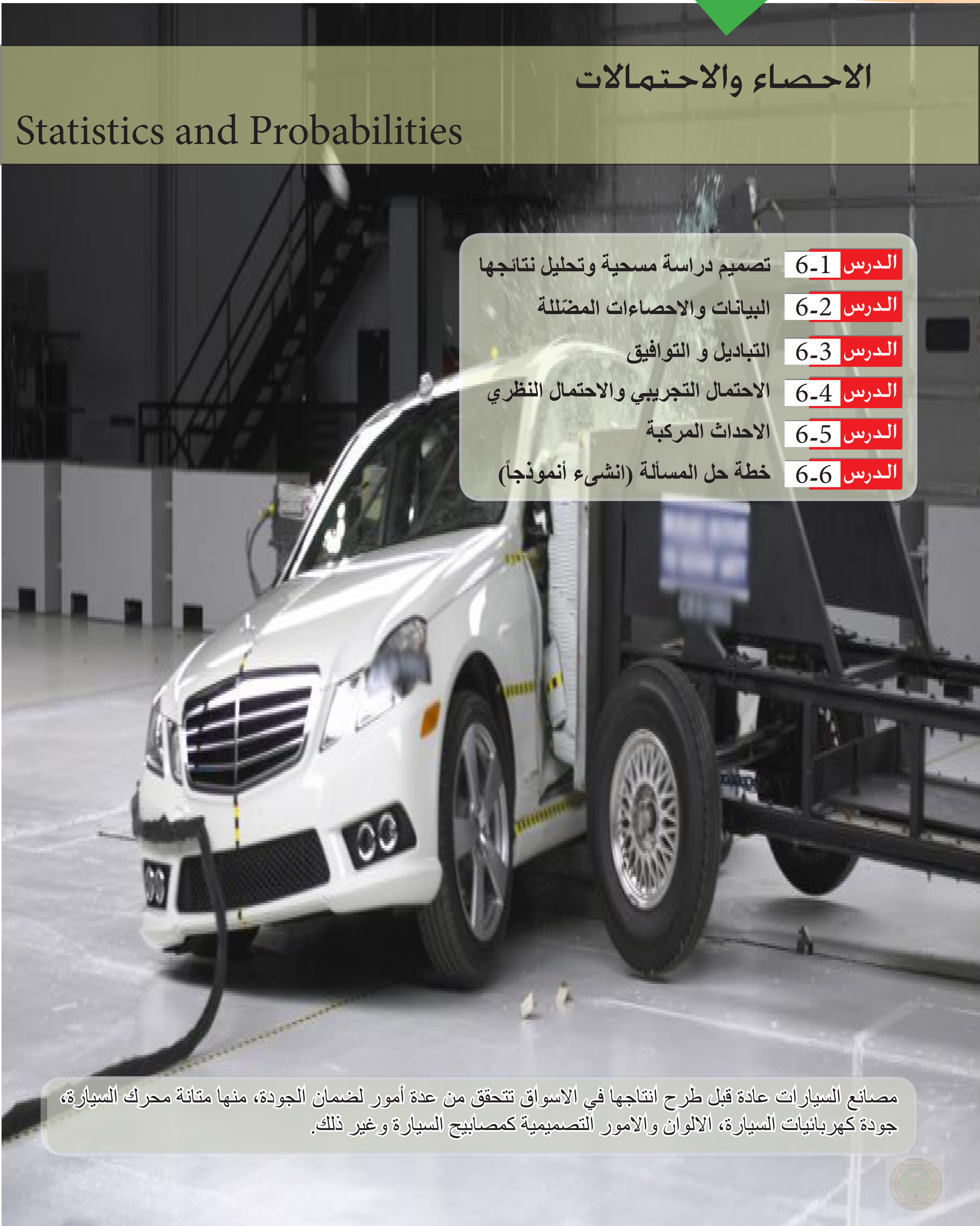
i) $m\angle AOC$ ii) $m\,\overset{\frown}{DC}$

iii) $m\,\overset{\frown}{DB}$ iv) $m\angle DOA$

الفصلُ 6

الاحصاء والاحتمالات

Statistics and Probabilities



مصانع السيارات عادة قبل طرح انتاجها في الاسواق تتحقق من عدة أمور لضمان الجودة، منها متانة محرك السيارة، جودة كهربائيات السيارة، الالوان والامور التصميمية كمصابيح السيارة وغير ذلك.

الاختبارُ القبليّ

جد الوسط الحسابي و الوسيط و المنوال والمدى لكل مما يأتي :

1 9,6,8,5,5,8,7,6,9,7

2 20,17,42,26,27,12,13

3 8,7,5,8,2,8,9,1,4,3,3,5

4 مثل البيانات التالية بالنقاط ثم جد الوسط الحسابي والوسيط و المنوال والمدى:

0,2,5,3,1,4,5,3,4,3

اكتب كل كسر كنسبة مئوية:

5 $\frac{1}{4}$ 6 $\frac{13}{20}$ 7 $\frac{27}{100}$ 8 $\frac{3}{25}$

9 **صندوق فيه 5 كرات حمر، 3 كرات بيض، جد احتمال سحب.**

i) كرة حمراء واحدة.

ii) كرة بيضاء بعد اعادة الكرة الحمراء الى الصندوق.

iii) كرة بيضاء في حالة عدم اعادة الكرة الحمراء الى الصندوق.

10 **a, b حدثان متتامان، جد:**

i) $P(a)$ اذا كان $P(b) = \frac{2}{7}$

ii) $P(a), P(b)$ اذا كان $P(a)$ ثلاثة امثال $P(b)$.

حدد ان كان الحدثان مستقلين او مترابطين .

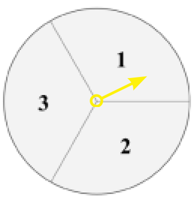
11 ظهور كتابة بعد رمي قطعة نقود و ظهور الصورة بعد الرمية الثانية.

12 سحب كرة صفراء، ثم كرة الحمراء من دون اعادة، من كيس فيه 3 كرات صفر، 5 كرات حمر.

13 ظهور العدد 5 بعد رمي حجر النرد وظهور العدد 6 بعد رمية النرد الثانية.

14 سحب بطاقة عليها اسم جمانة من كيس دون اعادتها، ثم سحب بطاقة عليها اسم سالي من الكيس نفسه.

15 وقوف مؤشر القرص على العدد 3، وظهور العدد 3 عند رمي حجر النرد مرة واحدة.



16 ثلاث بطاقات تحمل الاحرف A B C بكم طريقة يمكن ترتيب البطاقات على خط مستقيم.

الدرسُ [6-1] تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها

Design a Survey Study and Analysis its Results

فكرةُ الدرس
- تصميم دراسة مسحية
- تحليل النتائج

المفردات
- دراسة مسحية
- المجتمع
- العينة

تعلم

يعد معمل النجف لصناعة البدلات الرجالية من الصروح المهمة في الصناعة الوطنية حيث يحرص المعنيون على تحقيق امور لضمان جودة المنتج. وذلك من خلال فحص نوع القماش، والالوان والتصاميم الحديثة و غيرها. ان فحص كل المنتج ستكون عملية غير منطقية لذا يفحص عدد محدود من تلك البدلات بدلاً من ذلك. ليستنتج ان المنتج قد يحتاج الى تطوير.



[6-1-1] تصميم دراسة مسحية Design a Survey Study

العينة: هي مجموعة جزئية من المجتمع . ومن خلال تحليل نتائج العينة يمكن التوصل الى استنتاجات حول المجتمع كاملاً . تكون الاستنتاجات اكثر تمثيلا للمجتمع في اي من الحالتين:

- حجم العينة اكبر.
- استعمال عينات اكثر.

ولنوع العينة تاثير في الاستنتاجات التي يتوصل اليها وهي على نوعين:

العينة المتحيزة: اذا كان لكل فرد منها الاحتمال نفسه في الاختيار.

العينة غير المتحيزة: اذا كان لافرادها احتمالات مختلفة في الاختيار.

مثال (1) **وزع مدير مدرسة 100 ورقة استبانة على طلاب مدرسته للتعرف الى جودة المواد الغذائية في حانوت المدرسة.**

i) حدد العينة والمجتمع الذي اختير منه.

ii) صف اسلوب جمع البيانات الذي استعمله المدير.

iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة.

i) العينة: الطلاب الذين تسلموا الاستبيانات وعددهم 100 طالب

المجتمع : جميع طلاب المدرسة

ii) اسلوب جمع البيانات هو دراسة مسحية، اذ تؤخذ البيانات من اجابات افراد العينة نحو الاستبانة

iii) العينة غير متحيزة: لان هذه العينة تتكون من طلاب اختيروا عشوائياً

مثال (2) **يريد صاحب متجر ان يقدم هدية لكل زبون يتسوق من متجره. فوقف عند باب المتجر وسأل 20 متسوقاً عن نوع الهدية التي يود ان تُقدم له.**

i) حدد العينة و المجتمع الذي اختاره صاحب المتجر .

ii) صف اسلوب جمع البيانات الذي استعمله صاحب المتجر.

iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة.

i) العينة: المتسوقون الذين سألوا وعددهم 20 متسوقاً.

المجتمع: المتسوقون الذين دخلوا المتجر.

ii) اسلوب جمع البيانات هو دراسة مسحية، اذ تؤخذ الاجابات من افراد العينة المختارة .

iii) العينة غير متحيزة، لان الاشخاص الذين دخلوا المتجر اختيروا عشوائياً.

مثال (3) **سُئل 10 اشخاص دخلوا مطعم كباب عن الاكلات التي يفضلونها.**

i) حدد العينة والمجتمع الذي اختاره صاحب المطعم.

ii) صف اسلوب جمع البيانات الذي استعمله صاحب المطعم.

iii) حدد اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة.

i) العينة : الاشخاص العشرة الذين دخلوا المطعم.

المجتمع: جميع الاشخاص الذين دخلوا المطعم.

ii) اسلوب جمع البيانات هو دراسة مسحية اذ تؤخذ الاجابات من افراد العينة المختارة.

iii) العينة متحيزة، لان الاكلة المفضلة للاشخاص الموجودين في مطعم الكباب هي الكباب.

[6-1-2] تحليل النتائج Analysis Results

بعد جمع البيانات من خلال الدراسة المسحية تلخص البيانات كي تكون ذات معنى وذلك عن طريق استعمال مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال) والتي دُرست سابقاً، بطرائق مختلفة واختيار المقياس الأنسب لتمثيل البيانات.

النوع	متى يفضل استعماله
الوسط الحسابي	عندما لاتوجد قيم متطرفة في مجموعة البيانات.
الوسيط	عندما توجد قيم متطرفة في مجموعة البيانات، ولكن لاتوجد فجوات كبيرة في وسط البيانات.
المنوال	عندما يوجد اعداد متكررة في مجموعة البيانات.

مثال (4) **اي مقاييس النزعة المركزية (ان وجدت) هو الأنسب لوصف البيانات في كل مما يأتي:**

i) البيانات المجاورة تبين اوزان 10 صناديق بالكيلو غرام : 3, 2,3,6,5,5,21,4,3,5

الوسط الحسابي: غير مناسب لتمثل البيانات لوجود قيمة كبيرة متطرفة هي: 21 تؤثر في قيمة الوسط الحسابي.

المنوال: غير مناسب لتمثيل البيانات لوجود اكثر من منوال هما : 3,5

الوسيط: هو المقياس الأنسب لتمثيل هذه البيانات لعدم وجود فجوة كبيرة في وسط البيانات 2,3,3,3,4,5,5,5,6,21

ii) حصل محمد على الدرجات التالية في خمسة اختيارات في مادة الرياضيات : 90,93,85,86,91

الوسط الحسابي $\frac{90+93+85+86+91}{5} = \frac{445}{5} = 89$

الوسط الحسابي: 89 هو مقياس مناسب لتمثيل البيانات لعدم وجود قيمة متطرفة.

الوسيط: 90 هو مقياس مناسب لتمثيل البيانات لانه يتوسط البيانات ولا يوجد فجوة كبيرة في وسط البيانات

لذا كلاهما مقياس مناسب لتمثيل البيانات. المنوال: لا يوجد لعدم وجود تكرار في البيانات.

تأكَّدْ من فهمِكَ

حدد العينة و المجتمع ثم صف اسلوب جمع البيانات وميز العينة المتحيزة عن العينة غير متحيزة في كل مما يلي فسر اجابتك:

1 دخل 30 شخص مكتبة عامة وسئل كل سادس شخص يدخل المكتبة عن هوايته المفضلة.

2 وزعت 100 استبانة على مجموعة من عمال احد المصانع تتضمن سؤالاً حول ظروف العمل في المعمل.

3 وزعت الحيوانات في احدى حدائق الحيوانات، ثم اختير حيوان من كل مجموعة بصورة عشوائية لاجراء فحوصات علية.

اي مقاييس النزعة المركزية (ان وجدت) هو الأنسب لوصف البيانات التالية ؟ فسر اجابتك .

4 8 , 10 , 14 , 8 , 13 ,6

5 8 , 10 , 8, 9, 11, 4, 6, 54

6 8, 9, 8, 6, 10, 9 ,11, 13, 14, 8, 6, 7, 19

تدربْ وحلّ التمريناتِ

حدد العينة والمجتمع ثم صف اسلوب جمع البيانات وميز العينة المتحيزة من العينة غير متحيزة في كل مما يلي، فسر اجابتك.

7 يريد صاحب معمل التحقق من ان العمال يعملون بشكل جيد، فراقب احد العمال مدة ساعتين.

8 يقف عدد من الطالبات عند مدخل المدرسة ويسألن كل عاشر طالبة تدخل المدرسة عن هوايتها المفضلة.

اي مقياس النزعة المركزية (ان وجدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات التالية ؟ فسر اجابتك.

9 34,47,41,49,39,26,40

10 6,2,4,4,3,2,6,2,4,4,20

11 5,3,5,8,5,3,6,7,4,5

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



مستشفى: يعد مستشفى مدينة الطب مجمعاً طبياً متكاملاً، يقدم خدمات للمواطنين في بغداد و المحافظات، في ندوة تعريفية يتم اختيار طبيب من كل قسم عشوائياً ليقدم نبذة عن خدمات قسمه في المستشفى.

12 صف العينة و المجتمع.

13 هل العينة متحيزة ام لا ؟ فسر ذلك.

14 **تسوق:** يبين الجدول في ادناه عدد الزبائن الذين يرتادون محل لبيع الاجهزة الكهربائية في كل ساعة في احد الايام . أي مقاييس النزعة المركزية هو الأنسب لوصف البيانات.



عدد الزبائن			
86	86	71	79
86	79	32	88
70	82	69	71
86	86	81	85

15 **تغذية:** يبين الجدول في ادناه السعرات الحرارية لبعض الخضروات في طبق لكل نوع، اي مقاييس النزعة المركزية هو الأنسب لوصف البيانات.

الخضروات	السعرات	الخضروات	السعرات
بصل	16	خيار	13
فلفل	20	ذره	66
ملفوف	17	سبانخ	9
جزر	28	كوسا	17



فَكِّرْ

16 تحدٍّ: اوجد مجموعة من الاعداد يكون وسيطها اصغر من وسطها الحسابي.

17 أُصحِّحُ الخطأ: تقول سناريا ان الوسط الحسابي هو انسب مقاييس النزعة المركزية لتمثيل البيانات 20,8,4,5,3 حدد خطأ سناريا وصححه .

18 حس عددي: في دراسة مسحية حول الدوام في مدرسة ثانوية، وزعت استبانة على 50 طالباً، فكانت نسبة 74٪ من الطلاب يفضلون الدوام الصباحي. هل هذه الدراسة موثوق بها؟ بين ذلك.

أُكتبْ

سؤالاً عن معنى تريد اجابته من خلال دراسة مسحية.

الدرسُ [6-2] البيانات والإحصاءات المضلّلة Data and Misleading Statistic

فكرةُ الدرس

- تميز البيانات المضلّلة
- تميز الإحصاءات المضلّلة

المفردات

- البيانات المضلّلة
- الإحصاءات المضلّلة

تعلم

غالباً ما نلاحظ على واجهات المحال التجارية اعلانات تنزيلات نهاية الموسم لسلع معينة تُرغب الناظر من دخول المحل والتبضع منه.

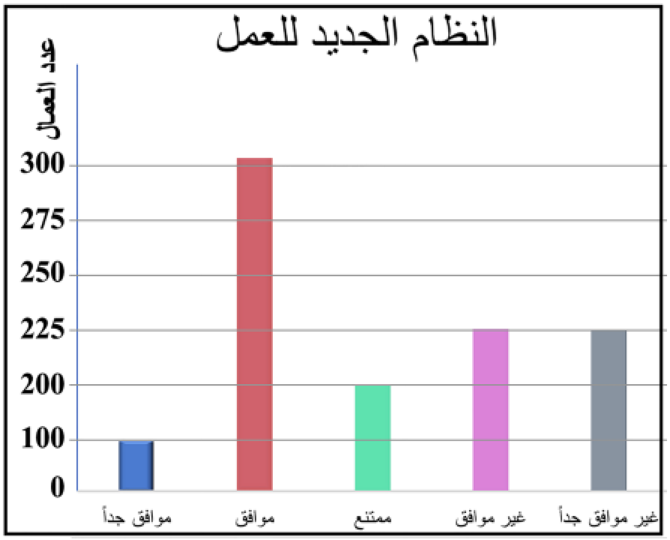


[6-2-1] تمييز البيانات المضلّلة Discrimination Misleading Data

البيانات المضلّلة: هي البيانات التي تبرز صفة معينة لسلعة على نحو مبالغ فيه وعرض الحقائق بشكل يولد لدى الناظر انطباعاً يروق لصاحب الاعلان وتضلل المستهلك.

مثال (1) يفكر صاحب مصنع تطبيق نظام جديد في العمل، فوزع استبانة على العمال يسألهم عن رأيهم في النظام الجديد.

هل التمثيل بالاعمدة المجاور يعطي الصورة الصحيحة حول نتائج الاستبانة؟

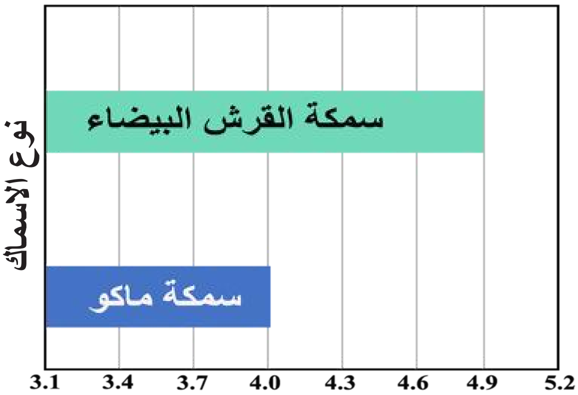


يبدو للوهلة الاولى ان معظم العمال موافقون على تطبيق النظام الجديد، مع العلم ان اطوال المدة الزمنية للتدريج غير متساوية.

لاحظ ان: 450 عامل غير موافقين و غير موافقين جداً على هذا النظام الجديد، في حين ان عدد الموافقين والموافقين جداً يزيد قليلاً على 400 عامل فقط، وعليه فأن التمثيل البياني المعروض مضلّل، والاستنتاج غير صادق.

ملاحظة: (الرسم البياني قد يكون مضلّلاً، بإطالة او تقصير الفترات بين قيم البيانات، وذلك لاعطاء انطباع معين).

مثال (2) الرسم البياني المجاور يوضح العلاقة بين طولي القرش البيضاء الكبيرة وطول سمكة القرش ماكو.
بين هل الرسم البياني مضلّل؟ وضح ذلك.



من الشكل المجاور، نلاحظ ان طول العمود العلوي ضعف طول العمود السفلي.

ولكن القيمة المناظرة لطول العمود العلوي هي 4.9 والقيمة المناظرة لطول العمود السفلي هي 4 وبالتأكيد قيمة 4.9 ليست ضعف 4، وعليه الرسم البياني المجاور مضلّل.

ملاحظة: (عندما يبدأ الرسم البياني من الصفر، يصبح الرسم غير مضلّل.)

[6-2-2] تمييز الإحصاءات المضلّلة Discrimination Misleading Statistics

الإحصاءات المضلّلة: بالاضافة الى الرسوم المضلّلة تستعمل الإحصاءات المضلّلة بهدف الترويج لشركة او بضاعة معينة، بانعام النظر جيداً في معطيات الاعلان يمكن تمييز الإحصاءات المضلّلة.

مثال (3) وضع صاحب محل للملابس الرجالية الاعلان الآتي:

(بدلات رجالية جديدة متوسط السعر 45 الف دينار)



في المحل 5 نماذج من البدلات اسعارها بالالاف:

$$54, 50, 20, 48, 53$$

$$\frac{54+50+20+48+53}{5}=45$$

لاحظ ان متوسط اسعار البدلات الخمس 45 الف دينار، الا ان بدلة واحدة فقط سعرها 20 الف دينار.
حيث يقل سعرها عن هذا المتوسط. وهذا يجعل الزبون سوف يدفع اكثر من هذا السعر ثمناً للبدلة.

مثال (4) في استطلاع على 800 طالب اعدادية، افاد 70 منهم انهم يرغبون دخول كلية الهندسة فيما قال 50 منهم، بانهم يرغبون في دخول كلية الطب، جاء في نتائج الاستطلاع ان الطلاب يفضلون الهندسة على الطب.



ان مجموع الطلاب الذين شملهم الاستطلاع فعلاً هو 120=(50+70) طالباً من اصل 800 طالب، اي ان العينة العشوائية كانت صغيرة جداً

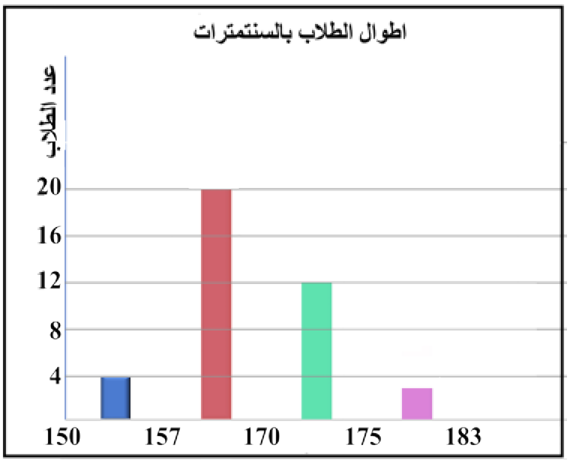
النسبة المئوية للطلاب الذين شملهم الاستطلاع تساوي $100 \times \frac{120}{800}$

وتساوي 15٪.

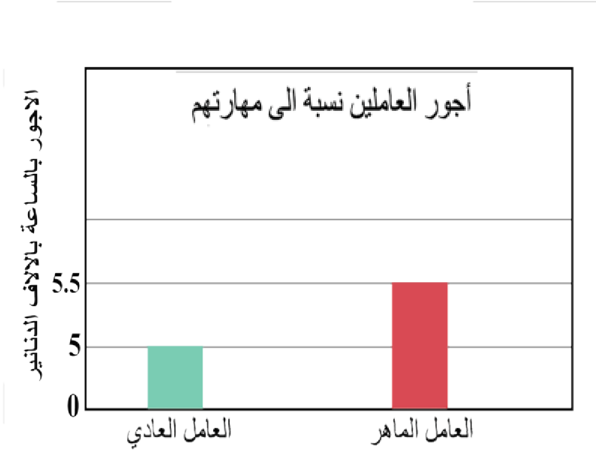
تأكَّدْ من فهمِكَ

وضح كيف يمكن ان يُولّد كل من الرسمين البيانيين التاليين انطباعاً مضلّلاً :

1



2



فسر لماذا الإحصاءات التالية مضلّلة:

3 عُرض مقال على 20 شخصاً لتقويمه، أبدى 13 منهم اعجابهم بالمقال، بناءً على ذلكَ صرح صاحب المقال: بأن المقال صالح للنشر لان نسبة الذين فضلوه كانت 13 الى 7.

4 باع مخزن ملابس رياضية لمدة زمنية معينة 320 بدلة رياضية، في حين باع مخزن لبيع الالعاب والملابس الرياضية وللمدة نفسها 90 بدلة رياضية.

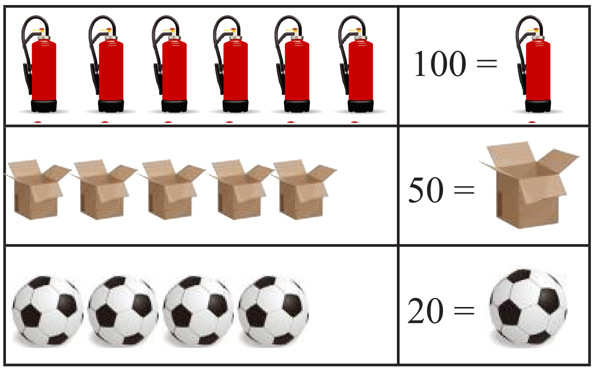
تدربْ وحلّ التمريناتِ

وضح كيف يمكن ان يولد كل من الرسمين البيانيين التاليين انطباعاً مضلّلاً.

5



6

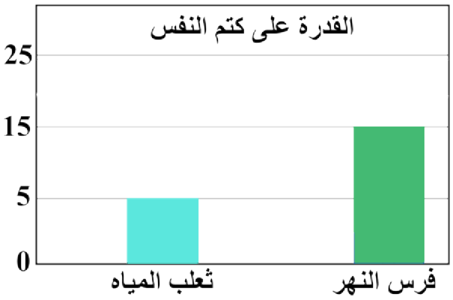


7 في استطلاع شمل 6 اشخاص حول مطالعة جريدة يومية، افاد 4 منهم انهم يفضلون الجريدة (X) في نهاية الاستطلاع وردت الجملة الآتية:

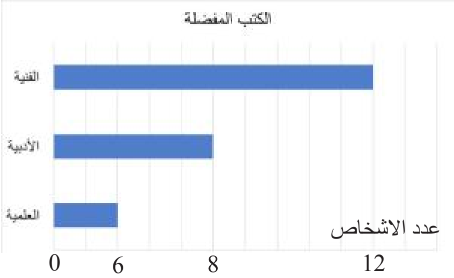
يفضل 2 من كل 3 اشخاص مطالعة الجريدة (X) لماذا يُعد هذا الاعلان مضلّلاً؟

8 سئل 100 طالب عن الطريقة التي يفضلونها في القدوم الى المدرسة، فكانت إجابات 60 طالباً منهم على النحو الآتي: 32 منهم يفضلون القدوم بواسطة سيارة الاجرة و 18 يفضلون المشي و 10 طلاب يفضلون القدوم بسياراتهم الخاصة. أستنتج ان نصف الطلاب يفضلون سيارة الأجرة. فسر لماذا الإحصاءات مضلّلة؟

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



9 الاحياء : الرسم البياني المجاور يمثل القدرة على كتم النفس لفرس النهر وثعلب المياه.
لماذا البيانات في الرسم مضلّلة؟ وضح ذلك.



10 مطالعة : الرسم المجاور يمثل اشخاص يفضلون مطالعة الكتب الادبية، العلمية، الفنية.
فسر لماذا البيانات في الرسم مضّللة؟



11 مواصلات : بلغت ارباح شركة الطيران A في شهري تموز وآب 5500 مليون دينار، في حين كانت ارباح شركة الطيران B في شهري نيسان ومايس 7500 مليون دينار.
فسر لماذا الإحصاءات مضلّلة؟



12 تغذية : تحتوي قصبة البروكلي على 477mg من البوتاسيوم والجزرة الكبيرة 230mg من البوتاسيوم في حين يحتوي رأس القرنبيط على 803mg من البوتاسيوم. فسر لماذا الإحصاءات هذه مضلّلة؟

فَكِّرْ

13 اكتشف الخطأ: يقول محمد ان الرسم يكون غير مضلّل اذا بدأ رسم الاعمدة من الصفر بصرف النظر عن ثبوت طول الفترات. اكتشف خطأ محمد.

14 حس عددي: حصل احد الباعة على العمولات التالية بالالاف الدنانير:
شباط 965، اذار 170، نيسان 120، تموز 125، مايس 100.
اخبر اصدقاؤه ان متوسط عمولته الشهرية 265 الف دينار. فسر لماذا هذا الاحصاء مضلّل؟

15 ما الذي يجب ان تتأكد منه لتقرر ما اذا كان الرسم البياني مضلّلاً ام لا؟

أُكتبْ

سؤال من الحياة اليومية تحتاج اليه لعمل رسوم مضلّلة.

فكرةُ الدرس
- تعرف مضروب العدد الصحيح غير السالب.
- تعرف مفهوم التباديل.
- تعرف مفهوم التوافيق.

المفردات
- مضروب العدد.
- التباديل.
- التوافيق.
- فضاء العينة .

تعلم

دخل 4 اشخاص الى غرفة تحتوي على 4 كراسي في صف واحد وطلب منهم الجلوس على تلك الكراسي.
فكم طريقة يمكن ان يجلسون؟



[6-3-1] المضروب Factorial

اذا كان n عدداً صحيحاً غير سالب فأن: مضروب العدد n يرمز له !n ويعرف بالعلاقة الآتية:

$n! = n(n-1)(n-2)\ldots(3)(2)(1), \quad n \in Z^{+}$

وان: $1! = 1, 0! = 1$

مثال (1) دخل 4 اشخاص الى غرفة تحتوي صفاً من 4 كراسي وطلب اليهم الجلوس على تلك الكراسي. كم طريقة يمكن ان يجلسون؟



* الشخص الاول الذي دخل الى الغرفة يمكن ان يجلس على اي كرسي، اي له: 4 اختيارات.

* الشخص الثاني يحق له ان يجلس على اي كرسي من الثلاثة الباقية، اي له: 3 اختيارات.

* الشخص الثالث يحق له ان يجلس على اي كرسي من الكرسيين الباقيين، اي له: 2 اختيار.

* اما الشخص الرابع فانه حتماً سيجلس على الكرسي الاخير، اي له: 1 اختيار.

اذن عدد طرق الجلوس الممكنة تساوي: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

لاحظ انك حصلت على النتيجة السابقة بضرب اعداد متتالية تبدأ من العدد (4) وتتناقص حتى تصل الى العدد (1).

تسمى مثل هذه الصورة مضروب العدد (4) ويرمز لها بالرمز !4

مثال (2) جد قيمة كل مما يأتي:

i) $5!$ ii) $4! - 2!$ iii) $\frac{7!}{5!}$ iv) $3! \times 2!$ v) $\frac{(6-2)!}{0!}$ vi) $\frac{6!}{3 \times 6}$

i) $5! = (5)(4)(3)(2)(1) = 120$

ii) $4! - 2! = (4)(3)(2)(1) - (2)(1) = 24 - 2 = 22$

iii) $\frac{7!}{5!} = \frac{(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1)}{(5)(4)(3)(2)(1)} = (7)(6) = 42$

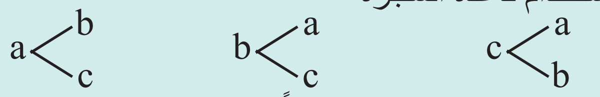
iv) $3! \times 2! = ((3)(2)(1))((2)(1)) = (6)(2) = 12$

v) $\frac{(6-2)!}{0!} = \frac{(4!)}{0!} = \frac{(4)(3)(2)(1)}{1} = 24$

vi) $\frac{6!}{3 \times 6} = \frac{(6)(5)(4)(3)(2)(1)}{3 \times 6} = 40$

Permutations [6-3-2] التباديل

كم زوج مرتب يمكن تكوينه من الاحرف a, b, c ؟ باستخدام قاعدة الشجرة



$\Longrightarrow (a,b),(a,c),(b,a),(b,c),(c,a),(c,b)$

هناك ستة ازواج مرتبة وهذا يعطي فكرة مبسطة عن التباديل التي سندرسها لاحقاً.

عدد التباديل لعناصر عددها n مأخوذة r في كل مرة هو ناتج قسمة n! على (n-r)!، يرمز للتباديل بالرمز P_r^n او $P(n,r)$ حيث

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!} \quad ; \quad 0 \le r \le n$$

لاحظ ان $P_0^n = 1, P_1^n = n, P_n^n = n!$

مثال (3) جد قيمة كل مما يأتي:

i) P_2^7 ii) P_3^3 iii) P_1^9 iv) P_0^{10}

i) $P_2^7 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7!}{5!} = \frac{(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1)}{(5)(4)(3)(2)(1)} = 42$

او بطريقة ابسط بجعل $7! = (7)(6)(5!)$

$P_2^7 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7!}{5!} = \frac{(7)(6)(5!)}{5!} = (7)(6) = 42$

الفرع iv,iii,ii من تطبيق الملاحظة مباشرة

ii) $P_3^3 = 3! = (3)(2)(1) = 6$ iii) $P_1^9 = 9$ iv) $P_0^{10} = 1$

مثال (4) **لوحة ارقام:** لعمل لوحات ارقام مكونة من خمسة ارقام من بين الارقام 1 الى 9. ماعدد الترتيبات المختلفة الممكنة؟

بما ان ترتيب الارقام مهم فهذه الحالة تمثل تباديل.

كتابة قانون التباديل $P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$

بالتعويض من $r = 5, n = 9$: $P_5^9 = \frac{9!}{(9-5)!}$

نبسط $P_5^9 = \frac{9!}{4!}$

قسمة العوامل المشتركة $= \frac{(9)(8)(7)(6)(5)(4!)}{4!}$

بسط $= 15120$

اذن هناك 15120 ترتيباً

Combinations [6-3-3] التوافيق

كم مجموعة مكونة من عنصرين يمكن تكوينها من الاحرف a, b, c ؟

بما ان المجموعات غير خاضعة للترتيب اذن هناك ثلاث مجموعات هي:

$$\{a,b\},\{b,c\},\{a,c\}$$

وهذا يعطي فكرة مبسطة على التوافيق والتي سندرسها لاحقاً.

عدد التوافيق لعناصر عددها n مأخوذة r في كل مرة يساوي ناتج قسمة n! على (n-r)!r! ، يرمز للتوافيق بالرمز C_r^n او $\binom{n}{r}$.

$$\binom{n}{r} = C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad , \quad 0 \le r \le n$$

ملاحظة: لاحظ ان: $C_0^n = 1 \; , \; C_1^n = n \; , \; C_n^n = 1$

في التوافيق لايهم الترتيب

مثال (5) جد قيمة كل مما يأتي:

i) C_2^8 ii) C_{12}^{12} iii) C_1^9 iv) C_0^{50}

كتابة قانون التوافيق

i) $C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

التعويض من r = 2 , n =8

$C_2^8 = \frac{8!}{(8-2)!2!} = \frac{8!}{6!2!}$

فك المضروب و التبسيط

$= \frac{(8)(7)(6!)}{6!(2)(1)} = 28$

حسب الملاحظة:

ii) $C_{17}^{17} = 1$ iii) $C_1^9 = 9$ iv) $C_0^{50} = 1$

مثال (6) وظائف: أعلنت شركة عن 4 وظائف شاغرة، فتقدم 10 اشخاص، بكم طريقة يمكن شغل الوظائف الأربع؟

بما ان ترتيب الوظائف غير مهم فهذه الحالة تمثل توافيق.

كتابة قانون التوافيق

$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

التعويض من r = 4 , n =10

$C_4^{10} = \frac{10!}{(10-4)!4!}$

$C_4^{10} = \frac{10!}{6!4!}$

فك المضروب و التبسيط

$= \frac{(10)(9)(8)(7)(6!)}{(6!)(4)(3)(2)(1)}$

$= 210$

اذن هناك 210 طريقة لشغل الوظائف الأربع.

تأكَّدْ من فهمِكَ

جد قيمة كل مما يأتي:

1. $4! \times 2!$
2. $(3+2)!$
3. $\frac{9!}{6!}$
4. $(7-5)!$
5. $3! + 2!$
6. P_8^8
7. P_4^{10}
8. C_3^8
9. $\binom{9}{0}$

تدربْ وحلّ التمريناتِ

جد قيمة كل مما يأتي:

10. $2! \times 6!$
11. $4! \times 3!$
12. $0! \times 1!$
13. P_0^{10}
14. $\binom{10}{1}$
15. C_5^9
16. P_3^7
17. P_1^{15}
18. C_{100}^{100}

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



19 **لجان:** بكم طريقة يمكن اختيار لجنة ثلاثية من بين هيئة مكونة من 5 شخصاً؟

20 **لجان:** بكم طريقة يمكن اختيار لجنة ثلاثية مكونة من رئيس ونائب الرئيس وامين الصندوق من بين هيئة مكونة من 5 شخصاً؟



21 **شطرنج:** في التصفية النهائية لبطولة الشطرنج في احدى المدارس بين اربعة طلاب. كم عدد المباريات التي يمكن اجراؤها للتصفية؟

22 **لوحات:** رسم فنان 7 لوحات فنية، فبكم طريقة يمكنه اختيار 5 لوحات منها لعرضها في معرض فني؟



23 **اختبار:** ورقة اسئلة تحتوي على 12 سؤالاً والمطلوب الاجابة عن 10 اسئلة. بكم طريقة يمكن اختيار الاسئلة؟



24 **رياضة:** أراد مدرس الرياضة اختيار فريق لكرة السلة من أصل 9 لاعباً، بكم طريقة يمكنه تشكيل الفريق؟

25 **عصائر:** كم خيار لدى تمارة لاختيار 3 اقداح من أقداح تحتوي على عصير الفواكه الآتية: ليمون، تفاح، عنب، موز؟



فَكِّرْ

26 **تحدٍ:** **جد قيمة:**

i) $\dfrac{15!\ 9!}{14!\ 10!}$ ii) $\dfrac{5!}{3! \times 1!} \times \dfrac{6!}{5! \times 4!}$

27 أيهما صحيح؟ : اختيار لجنة من 4 طلاب من مجموعة 7 طلاب، فان عدد الاختيارات اما P_4^7 ام C_4^7 فسر اجابتك.

28 تبرير: متى تكون العبارة $C_r^n = P_r^m$ ؟

29 تفكير ناقد: ما العلاقة بين تراتيب 3 من اصل 5، وتوافيق 3 من اصل 5؟ اكتب هذه العلاقة. من خلال حسابك لكل منهما.

30 مسألة عددية: جد قيمة n التي تجعل $\dfrac{n!}{(n-1)!} = 9$

أُكتبْ

مسألة لاختيار 2 من بين 5 اشياء على ان يكون الترتيب فيها مهماً.

الدرسُ [6-4] الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري

Experimental Probability and Theoretical Probability

فكرةُ الدرس

- حساب الاحتمال التجريبي.
- حساب الاحتمال النظري.

المفردات

- الاحتمال التجريبي.
- الاحتمال النظري.
- فضاء العينة .

تعلم

رمى مهند قطعتي نقود 13 مرة وسجل النتائج كما مبين في الجدول المجاور:

النتائج	التكرار
H,H	7
H,T	3
T,H	1
T,T	2

1. اوجد النسبة $\frac{\text{عدد ظهور (H,T)}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$

2. اوجد النسبة $\frac{\text{عدد ظهور (H,T)}}{\text{عدد مرات التجربة}}$

هل النسبة في السؤال الاول تساوي النسبة في السؤال الثاني ؟ وضح ذلك.

[6-4-1] الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري

Experimental Probability and Theoretical Probability

سبق ان درست حساب الاحتمال التجريبي و النظري حيث تحديد الاحتمال في الفقرة (تعلم) عن طريق اجراء التجربة و النواتج بهذه الطريقة تسمى الاحتمالات التجريبية .

اما الاحتمالات المبنية على حقائق وخصائص معروفة فتسمى الاحتمالات النظرية

مثال (1) فضاء العينة لتجربة رمي قطعتي نقود هي :

$$\Omega=\{(H,H),(H,T),(T,H),(T,T)\}$$

النسبة في السؤال الاول:

اذن عدد عناصر فضاء العينة يساوي 4

من الجدول عدد مرات ظهور الحدث H,T يساوي 3

الاحتمال نظري

$$P(H,T)=\frac{\text{عدد ظهور (H,T)}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} \Rightarrow \therefore P(H,T)=\frac{3}{4}$$

النسبة في السؤال الثاني:

من الجدول عدد مرات ظهور الحدث H,T يساوي 3

عدد مرات التجربة يساوي 13

الاحتمال تجريبي

$$P(H,T)=\frac{\text{عدد ظهور (H,T)}}{\text{عدد مرات التجربة}} \Rightarrow \therefore P(H,T)=\frac{3}{13}$$

الاحتمالات النظرية تزودنا بنتائج التجربة دون الحاجة الى إجرائها (تعتمد على فضاء العينة للتجربة).

الاحتمالات التجريبية تزودنا بنتائج التجربة بتكرارها عدة مرات (تعتمد على تكرار التجربة).

مثال (2) وجد باحث في مصنع بطاريات السيارات ان احتمال كون البطارية غير صالحة هو $\frac{3}{20}$ انظري هذا الاحتمال ام تجريبي؟ واذا اراد المصنع الحصول على 240 بطارية غير صالحة. فكم بطارية كان على المصنع انتاجه ؟

هذا الاحتمال تجريبي، لانه يعتمد على ما حدث فعلاً. استعمل التناسب لحل الجزء الثاني من المثال

كل 3 بطاريات من اصل 20 غير صالحة

اذن 240 بطارية غير صالحة من اصل X بطارية ينتجها المصنع.

$\frac{3}{20}=\frac{240}{X}$ اكتب التناسب

$3X=4800$ الضرب التبادلي

$X=\frac{4800}{3}$ اقسم المعادلة على 3

$X=1600$

$\therefore$ يجب ان ينتج المصنع 1600 بطارية

مثال (3) عند رمي حجري النرد مرة واحدة جد احتمال :



i) الحدث: الحصول على المجموع 5 على وجهي الحجرين.
ii) الحدث : الرقم على وجه الحجر الاول ضعف الرقم على وجه الحجر الثاني.

هذا الاحتمال نظري : لان الحجرين رميا مرة واحدة.
عدد ارقام الحجر الاول = 6 ، عدد ارقام الحجر الثاني = 6
اذن حسب قانون العد الاساسي : عدد عناصر فضاء العينة تساوي 6×6 وتساوي 36

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{l} (1,1).......(1,6) \\ (2,1).......(2,6) \\ . \\ (6,1).......(6,6) \end{array} \right\} \quad n = 36$$

الحدث: مجموع 5 على وجهي الحجرين
$i)\ E_1 = \{(1,4),(4,1),(2,3),(3,2)\}, m = 4, \quad n = 36$

قانون الاحتمال
$P(E_1) = \frac{m}{n}$

التعويض والتبسيط
$P(E_1) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

الحدث: رقم الحجر الاول ضعف رقم الحجر الثاني
$ii)\ E_2 = \{(2,1),(4,2),(6,3)\}, m = 3, n = 36$

التعويض والتبسيط
$\therefore P(E_2) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

[6-4-2] الاحداث المتنافية Disjoint Events

الحدثان المتنافيان: هما حدثان لايمكن ان يتحققا معاً في تجربة واحدة.
مثلاً: عند رمي حجر النرد مرة واحدة، فان الحصول على عدد فردي و عدد زوجي معاً مستحيل
اذن هما حدثان متنافيان.
حساب احتمال الحدثين المتنافيين:
اذا كان E_1 , E_2 حدثين متنافيين فان احتمال وقوع E_1 او وقوع E_2 يساوي مجموع احتمالي الحدثين
اي : $P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

مثال (4) عند رمي حجر النرد مرة واحدة، جد احتمال الحصول على العدد 3 او على عدد زوجي.

بما انه لايمكن ان يظهر على وجه الحجر العدد 3 في الوقت نفسه مع عدد زوجي فان هذين الحدثين متنافيان

فضاء العينة
$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

احتمال الحصول على العدد 3 هو
$P(E_1) = \frac{m}{n}, m = 1, n = 6 \Rightarrow P(E_1) = \frac{1}{6}$

احتمال الحصول على العدد زوجي
$P(E_2) = \frac{m}{n}, m = 3, n = 6 \Rightarrow P(E_2) = \frac{3}{6}$

احتمال الحوادث المتنافية
$P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

بالتعويض والتبسيط
$P(E_1 \text{ or } E_2) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

اذن احتمال ظهور العدد 3 او عدد زوجي في رمي حجر النرد يساوي $\frac{2}{3}$

مثال (5) عند رمي حجري النرد مرة واحدة، جد احتمال الحصول على عددين متساويين او مجموع عددين يساوي 3.

عدد عناصر فضاء العينة عند رمي حجري النرد يساوي 36

$E_1 = \{(1,1), (2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}$

$P(E_1) = \dfrac{E_1 \text{ عدد عناصر}}{\text{فضاء العينة}} = \dfrac{6}{36}$

$E_2 = \{(1,2), (2,1)\}$

$P(E_2) = \dfrac{E_2 \text{ عدد عناصر}}{\text{فضاء العينة}} = \dfrac{2}{36}$

E_1 , E_2 حدثان متنافيان لاتوجد عناصر مشتركة بينهما.

احتمال الاحداث المتنافية

$P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1)+P(E_2)$

بالتعويض والتبسيط

$= \dfrac{6}{36} + \dfrac{2}{36} = \dfrac{8}{36} = \dfrac{2}{9}$

تأكّدْ من فهمِكَ

في تجربة رمي حجري النرد مرة واحدة، جد احتمال حدوث الاحداث الاتية :

1. العددان على وجهي الحجرين متساويان.
2. العدد على وجه الحجر الاول نصف العدد على وجه الحجر الثاني.
3. مجموع العددين على وجهي الحجرين يساوي 10.
4. مجموع العددين على وجهي الحجرين اقل من 5.
5. أتجريبية الاحتمالات السابقة ام نظرية؟
6. كيس فيه 4 كرات حمر، كرة خضراء، كم كرة زرقاء يجب ان تضاف الى الكيس كي يكون احتمال سحب كرة حمراء $\frac{2}{3}$ ؟ انظري الاحتمال ام تجريبي ؟
7. وقف شخص في احدى تقاطعات مدينة بغداد فأحصى 25 سيارة شاهدها، منها 13 سيارة صفر اللون، 7 سيارات بيض اللون، 5 سيارات رصاصية اللون . قدر احتمال ان تكون السيارة التالية التي تجتاز التقاطع صفراء اللون . وما نوع الاحتمال انظري ام تجريبي ؟ اكتب النسبة بشكل كسر عشري ونسبة مئوية .
8. عند رمي حجري نرد، جد احتمال حصول على عددين مجموعهما 5 او مجموعهما 11. هل الحدثان متنافيان بين ذلك.

تدربْ وحلّ التمريناتِ

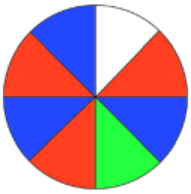
في تجربة رمي حجري النرد مرة واحدة، جد احتمال حدوث الاحداث الاتية

9. مجموع العددين على وجهي الحجرين اكبر من 8.
10. مجموع العددين على وجهي الحجرين يساوي 12.

11 اجريت دراسة على 100 شخص، فاجاب 15 منهم انهم يستعملون اليد اليسرى فاذا اجريت الدراسة على 400 شخص، فكم تتوقع عدد الاشخاص الذين يستعملون اليد اليسرى ؟

12 جد احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً فردياً او تحمل عدداً من مضاعفات العدد 2 من بطاقات مرقمة من 1 الى 9

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



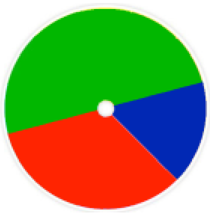
13 **تسلية** : بأي لون يجب تلوين الفراغ بحيث يكون احتمال ان يأتي المؤشر عند هذا اللون $\frac{1}{4}$؟

14 **طوابع** : يهوى مهند جمع الطوابع البريدية، فمن بين 60 طابعاً جمع 25 طابعاً للدول العربية، 15 طابعاً لدول افريقية و 20 طابعاً لدول اوربية. قدر احتمال ان يكون الطابع الذي سيجمعه أوربياً.

15 **رياضية**: في التدريب على كرة السلة، اصاب لاعب السلة 15 كرة من 25 رمية، ما الاحتمال التجريبي لان يصيب لاعب السلة في الرمية التالية ؟ اكتب الجواب على صورة كسر و عدد عشري و نسبة مئوية .

16 **دراسة** : احصى رجل في عائلته 3 افراد عيونهم زرق من كل 22 فرداً، اذا رزق الرجل بمولود جديد، ما احتمال ان تكون عيناه ليست زرقاء ؟

فَكِّرْ



17 **تحدٍّ**: قرص ذو مؤشر، مقسم الى ثلاثة اجزاء على الشكل المجاور : نصف القرص اخضر ثلثه احمر و سدسه ازرق . ما احتمال ان يدل مؤشر القرص على الأخضر او الأحمر بعد اطلاقه؟



18 **أكتشف الخطأ**: يريد كل من سارة و مهند تحديد احتمال اختيار كرة زرقاء او حمراء عشوائياً من كيس يحتوي على 5 كرات زرق، 4 كرات حمر، 6 كرات صفر ايهما كانت اجابته صحيحة ؟ فسر اجابتك.

سارة	مهند
$P(R \text{ or } B) = P(R)+P(B) = \frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$	$P(R \text{ or } B) = P(R) \times P(B) = \frac{4}{15} \times \frac{5}{15} = \frac{4}{45}$

أكتبْ

توضيحاً لما يمثله كل عدد في الكسر $\frac{2}{9}$ الذي يمثل احتمال وقوع حدث نظري او تجريبي.

الدرسُ [6-5] الاحداث المركبة Compound Events

فكرةُ الدرس
- حساب احتمال الاحداث المستقلة.
- حساب احتمال الاحداث المترابطة.

المفردات
- الاحداث المستقلة.
- الاحداث المترابطة.

تعلم

تشير تقارير شركة الخطوط الجوية العراقية الى وصول طائراتها في موعدها المحدد بنسبة $\frac{19}{20}$ ، كما تشير النسبة 2٪ الى فقدان الامتعة من الحالات.

فما احتمال وصول طائرة في موعدها مع فقدان الامتعة؟



[6-5-1] الاحداث المستقلة Independent Events

سبق وان تعلمت مفهوم الاحداث المستقلة (نتيجة احدهما لا تؤثر في نتيجة الآخر) في هذا الدرس سوف نتعلم حساب احتمال الحوادث المستقلة، اذا كان: E_1, E_2 حدثين مستقلين فان احتمال وقوعهما معاً يساوي حاصل ضرب احتمال E_1 في احتمال الحدث E_2 ،

أي: $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$

مثال (1) في فقرة تعلم:

ان احتمال وصول الطائرة في موعدها هو $P(E_1) = \frac{19}{20}$

ان احتمال فقدان الامتعة هو $P(E_2) = \frac{1}{50}$

ان وصول الطائرة في موعدها لايؤثر في فقدان الامتعة، هذا يعني ان الحدثين مستقلان.

احتمال الاحداث المستقلة $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$

بالتعويض $= \frac{19}{20} \times \frac{1}{50}$

$= \frac{19}{1000} = 0.019 = 1.9\%$

مثال (2) كيس يحتوي على 3 كرات حمر، 4 كرات خضر، 5 كرات زرق، سحبت منه كرة عشوائياً ثم اعيدت وسحبت كرة ثانية. جد احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة خضراء.

سحب الكرة الحمراء $P(R) = \frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{العدد الكلي للكرات}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

سحب الكرة الخضراء $P(G) = \frac{\text{عدد الكرات الخضراء}}{\text{العدد الكلي للكرات}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

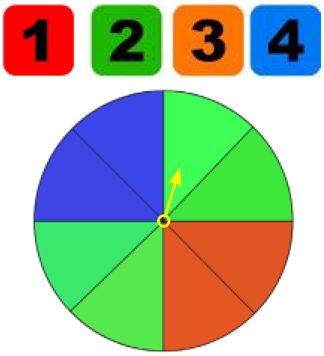
الحدثان مستقلان.

احتمال الاحداث المستقلة (لان الكرة الاولى اعيدت الى الكيس) $P(R \text{ and } G) = P(R) \times P(G)$

بالتعويض $= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

اذن احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة خضراء مع اعادة الكرة الحمراء يساوي $\frac{1}{12}$

مثال (3) اذا اختيرت احدى البطاقات المرقمة وتدوير مؤشر القرص الدوار كما مبين في الشكل المجاور.
ما احتمال ان يكون الناتج عدداً زوجياً واللون ازرق؟



نفرض ان $P(E_1)$ احتمال العدد الزوجي.

$$P(E_1) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

نفرض ان $P(E_2)$ احتمال وقوف المؤشر على اللون الازرق.

$$P(E_2) = \frac{1}{4}$$

احتمال الحوادث المستقلة $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$

بالتعويض والتبسيط $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

اذن احتمال (عدد زوجي ولون ازرق) هو $\frac{1}{8} = 12.5\%$

[2-5-6] الاحداث المترابطة Dependent Events

الاحداث المترابطة (نتيجة احدهما تؤثر في نتيجة الآخر)
اذا كان E_1 و E_2 حدثين مترابطين فان احتمال وقوعهما معاً هو حاصل ضرب احتمال الحدث الاول E_1 في ضرب (احتمال الحدث E_2 بعد حصول الحدث E_1)، اي:

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$$

مثال (4) في مثال (2)، لو لم نعيد الكرة الحمراء الى الكيس. ما احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة خضراء؟

سحب الكرة الحمراء $P(R) = \frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{العدد الكلي للكرات}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

عدم اعادة الكرة الحمراء للكيس يعني ان عدد الكرات الحمر اصبح 2 كرة، والعدد الكلي لكرات في هذه الحالة هو 11 كرة بدل 12.

سحب الكرة الخضراء $P(G \text{ after } R) = \frac{\text{عدد الكرات الخضراء}}{\text{العدد الكلي الجديد للكرات}} = \frac{4}{11}$

الحدثان مترابطان

احتمال الحوادث المترابطة $P(R \text{ and } G) = P(R) \times P(G \text{ after } R)$

بالتعويض والتبسيط $= \frac{1}{4} \times \frac{4}{11} = \frac{1}{11}$

اذن احتمال سحب كرة حمراء ثم خضراء دون اعادة الكرة الحمراء يساوي $\frac{1}{11}$

مثال (5) صندوق فيه 5 كرات حمر، 3 زرق، 8 صفر، سحبت كرة من الصندوق دون اعادتها ثم سحبت ثانيةً، جد P(صفراء ثم حمراء)

افرض $P(Y)$ سحب صفراء، $P(Y)=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$

عدم اعادة الكرة الصفراء، اصبح في الصندوق 5 كرات حمراء، 3 زرقاء، 7 صفراء،اي مجموعها 15 كرة.

سحبت كرة حمراء من الصندوق.

$$P(R \text{ after } Y)=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$$

الحدثان مترابطان

احتمال الحوادث المترابطة $P(Y \text{ and } R)=P(Y)\times P(R \text{ after } Y)$

بالتعويض و التبسيط $=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

اذن احتمال سحب كرة صفراء ثم كرة حمراء دون اعادة الكرة الصفراء هو $\frac{1}{6}$

الخلاصة:

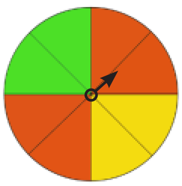
1. نجد $P(E_2), P(E_1)$
2. اذا كان E_1 ، E_2 مستقلين فان: $P(E_1 \text{ and } E_2)=P(E_1)\times P(E_2)$
3. اذا E_1 ، E_2 مترابطين فان: $P(E_1 \text{ and } E_2)=P(E_1)\times P(E_2 \text{ after } E_1)$

تأكَّدْ من فهمِكَ

1 صندوق فيه 3 كرات حمراء، 3 كرات خضر، ما احتمال سحب كرتين خضر من دون اعادة الكرة الاولى؟

2 اطلق مؤشر في القرصين المقابلين مرة واحدة، ما احتمال ان يأتي مؤشر الاول على اللون الأحمر ومؤشر الثاني على العدد 5 ؟



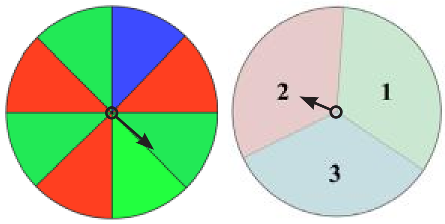


3 رمي قطعتي نقود مرة واحدة، ما احتمال ظهور صورة على القطعة الاولى، وكتابة على القطعة الثانية.

تدربْ وحلّ التمريناتِ

4 صندوق فيه 5 بطاقات حمر، 4 بطاقات سود، 6 بطاقات خضر.
سحبت بطاقة دون اعادتها للصندوق وسحبت بطاقة ثانية، ما احتمال ان تكون البطاقة الاولى حمراء والثانية سوداء؟

5 اطلق مؤشر في القرصين المجاورين مرة واحدة، ما احتمال ان يأتي مؤشر الاول على اللون الأخضر ومؤشر الثاني على العدد 3؟



6 رمي حجري النرد مرة واحدة، ما احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على 3 على الحجر الاول، وعدد يقبل القسمة على 5 على الحجر الثاني؟

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

7 **حلوى:** تحتوي علبة على 10 قطع حلوى بطعم الفراولة، 15 قطعة بطعم الشكولاته، 5 قطع بطعم الليمون. ما احتمال اختيار قطعتين عشوائياً الواحدة تلو الاخرى دون ارجاع على ان تكون الاولى بطعم الشوكلاته والثانية بطعم الليمون؟

8 **كتب:** اختارت سها كتاباً من رف في غرفتها واعادته ثم اختارت كتاباً آخر، ما احتمال ان يكون اختيار الكتاب من كتب الرياضيات؟ علماً ان الرف يحتوي على 5 كتب رياضيات، 2 كتاب لغة انكليزية، 3 كتب علوم.

فَكِّرْ

9 أكتشف الخطأ: يريد كل من جمانة واختها سالي تحديد احتمال اختيار كرة حمراء واخرى صفراء عشوائياً من كيس يحتوي 4 كرات حمراء، 5 كرات صفراء دون ارجاع الكرة بعد السحب.

جمانة	سالي
P(حمراء وصفراء)	P(حمراء وصفراء)
P(حمراء) × P(صفراء)	P(حمراء) × P(صفراء)
$\frac{4}{9} \times \frac{5}{9}$	$\frac{4}{9} \times \frac{5}{8}$

ايهما كان حلها صحيحاً؟

10 تحدٍّ: عند رمي حجر النرد وقطعة نقود، ما احتمال ظهور رقم اكبر من 2 واصغر من 6 على حجر النرد والكتابة على قطعة النقود؟

11 مسألة مفتوحة: 10 بطاقات بثلاثة اشكال مختلفة، اكتب مسألة تتعلق بسحب بطاقتين عشوائياً دون ارجاعهما على ان يكون الاحتمال $\frac{1}{15}$.

أُكتبْ مثالاً على حدثين مستقلين ومثالاً آخر على حدثين مترابطين.

الدرسُ [6-6]

خطة حل المسألة (أنشىء نموذجاً)

Problem Solving Plan (Make a Model)

فكرةُ الدرس

- أحل مسألة باستعمال خطة (انشاء نموذج).

تعلم

حاول محمد ترتيب 5 قطع ملونة مربعة الشكل (أسود، أحمر، أزرق، أصفر، أخضر) بطرائق مختلفة، كم طريقة يمكن ان يرتبها بشرط ان اول مربع اسود اللون واخر مربع أصفر اللون؟



اِفهم

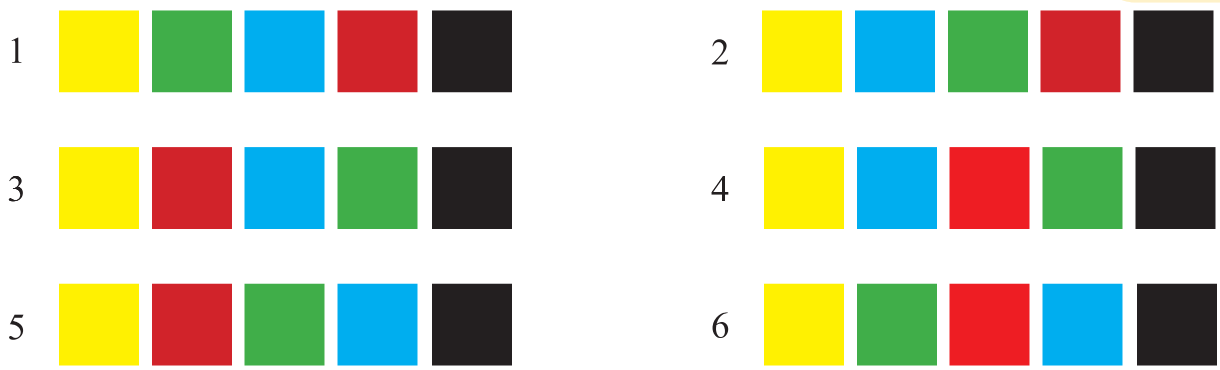
ما المعطيات في المسألة؟ 5 مربعات ملونة.

ما المطلوب من المسألة؟ إيجاد عدد بطرائق الممكنة لترتيبها.

خطّط

كيف تحلّ المسألة؟ أنشئ نموذجاً لتوضيح تلك الطرائق المختلفة.

حلّ



اذن هناك ستة طرائق لترتيبها.

تحقّق

الرسم في اعلاه يتضمن جميع طرق الترتيب بعمل النماذج (بطريقة التباديل)

ويمكن ان نجد عدد الطرائق باستعمال مضروب العدد.

$$3! = (3)\times(2)\times(1)$$
$$= 6 \text{ طرق}$$

Problems مسـائل



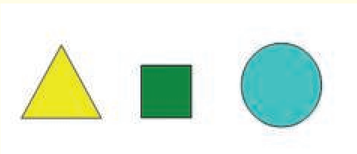
1 لديك الارقام 1،2،3،4، كم عدد يمكن تكوينه من 4 ارقام شرط عدم تكرار الرقم في العدد والعدد اكبر من 4000؟



2 في بستان فلاح 28 شتلة برتقال وتفاح، فاذا كان مقابل كل 4 شتلات برتقال 3 شتلات تفاح. ما عدد شتلات البرتقال؟



3 مزارع يسقي بستانه مرة في كل اسبوعين، كم مرة يسقي البستان في 6 اشهر؟



4 قسمت 24 قطعة على شكل مثلثات ومربعات ودوائر الى اربع مجموعات، فاذا كان عدد المربعات يزيد بمقدار 1 على عدد الدوائر ويقل بمقدار 1 عن عدد المثلثات، فما عدد القطع لكل نوع؟

مراجعةُ الفصلِ Chapter Review

المفردات

English	عربي	English	عربي
Survey Study	دراسة مسحية	Experimental Probability	الاحتمال التجريبي
Society	المجتمع	Theoretical Probability	الاحتمال النظري
Sample	العينة	Disjoint Events	الاحداث المتنافية
Permutation	التباديل	Independent Events	الاحداث المستقلة
Compilation	التوافيق	Dependent Events	الاحداث المترابطة
Sample Space	فضاء العينة	Compound Events	الاحداث المركبة
Factorial	المضروب	Misleading Statistics	الاحصاءات المضلّلة
Misleading Data	البيانات المضلّلة	Sample Space	فضاء العينة

الدرسُ [6-1] تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها

مثال: طلب من كل عاشر زائر من بين 3000 زائر لحديقة الزوراء في احد الايام ان يجيب عن سؤال معين.

i) حدد العينة.

ii) حدد المجتمع الذي اختير منه.

iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام لا.

i) العينة: الزوار الذين وجه لهم السؤال وعددهم 300 زائر.

ii) المجتمع: جميع زوار الحديقة وعدهم 3000.

iii) العينة غير متحيزة، لانهم اختيروا عشوائياً.

تدريب1: في سباقات العدو التي تنظمها وزارة الشباب والرياضة حقق احد المتسابقين خلال عشر سنوات المراكز الآتية:

2,1,1,1,2,1,1,3,4,2,10

اي مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال) هو الأنسب لتمثيل هذه البيانات.

تدريب2: اختار مدير مدرسة 20 طالباً لتمثيل المدرسة في مسابقة علمية.

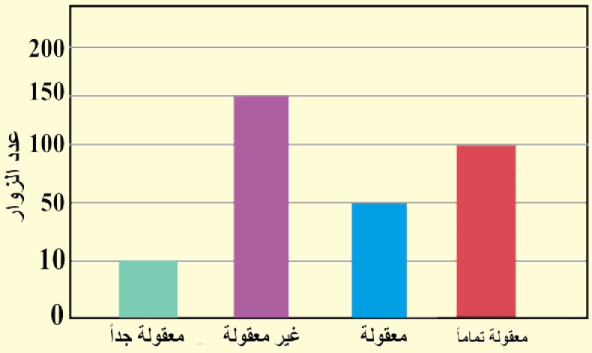
i) حدد العينة.

ii) حدد المجتمع الذي اختير منه.

iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام لا.

الدرس [6-2] البيانات والاحصاءات المضلّلة

مثال: سئل 200 زائر حول اسعار بطاقات الدخول للمسرح. ومثلت الاجابات بالاعمدة، هل التمثيل يعطي الصورة الصحيحة للاجابات.



يبدو للوهلة الاولى ان معظم الزوار غير راضين عن اسعار البطاقات، ومع ذلك فان اطوال المدة الزمنية للتدريج غير ثابتة.

فنجد ان 150 زائراً غير راضين عن الاسعار، في حين أن عدد الراضين على الاسعار 160 زائراً، وعليه فان التمثيل البياني يعد مضلّلاً.

تدريب1: يكون الرسم البياني مضلّلاً اذا تحققت على الأقل احدى الحالات الآتية:

* عندما لا يبدأ الرسم البياني بالاعمدة من ....
* عندما تكون اطوال الفترات ....
* عدم الاشارة الى بعض الاعداد التي تم ....

تدريب2: كيف تميز بين الرسم البياني المضلّل وغير المضلّل؟

تدريب3: لأي هدف تستعمل الإحصاءات المضلّلة؟

الدرس [6-3] التباديل والتوافيق

مثال1: تريد جمانة اختيار 3 اقداح من 5 اقداح تحتوي على عصير الفواكه: تفاح، ليمون، عنب، موز، اناناس. بكم طريقة يمكنها الاختيار؟

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

$$C_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!\;3!}$$

$$= \frac{(5)(4)\,3!}{(2)(1)\,3!} = 10$$

يمكنها اختيار 10 طرائق.

مثال2: يراد تكوين عدد من اربع مراتب من مجموعة الارقام 1,2,3,4,5 دون تكرار الرقم في العدد؟

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{1!}$$

$$= (5)(4)(3)(2)(1) = 120$$

تدريب1: تريد سالي ترتيب 4 كتب في خزانتها التي تحتوي على 6 رفوف، شرط الا تضع اكثر من كتاب واحد على كل رف. كم خياراً لديها؟

تدريب2: بكم طريقة يمكن تكوين لجنة من 4 طالبات من مجموع 8 طالبات؟

تدريب3: أعلنت شركة عن 5 وظائف شاغرة فيها، فتقدم للاعلان 10 اشخاص. بكم طريقة يمكن شغل الوظائف الخمس؟

الدرسُ [6-4] الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري

مثال: كيس يحتوي على 5 كرات زرق، 8 كرات خضر، 7 كرات صفر.

جد:

i) ما نوع الاحتمال نظري ام تجريبي؟

ii) جد احتمال سحب كرة زرقاء واحدة.

i) الاحتمال نظري

ii) عدد الكرات $5+8+7=20$

$$P(E)=\frac{\text{عدد الكرات الزرقاء}}{\text{عدد الكرات الكلي}}$$

$$=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$$

تدريب1: سحبت كرة بشكل عشوائي من صندوق ثم اعيدت اليه.

يبين الجدول التالي النتائج بعد 50 سحبة.

النتيجة	أحمر	ازرق	أصفر	أبيض	أخضر
السحوبات	8	10	15	11	6

i) ما نوع الاحتمال، نظري ام تجريبي؟

ii) جد احتمال سحب كرة صفراء.

iii) اكتب الاحتمال بصورة عدد عشري ونسبة مئوية.

تدريب2: في تجربة رمي حجر النرد مرة واحدة.

i) ما نوع الاحتمال، نظري ام تجريبي؟

ii) جد احتمال ظهور عدد زوجي.

iii) جد نسبة الاحتمال بالصورة العشرية والنسبة المئوية.

الدرسُ [6-5] الاحداث المركبة

مثال: صندوق فيه 4 كرات حمر، 9 كرات صفر، 3 كرات سود.

سحبت كرتان عشوائياً الواحدة بعد الاخرى دون اعادة الكرة المسحوبة اولاً.

i) ما نوع الحدثين؟

ii) جد احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة سوداء.

iii) اكتب نسبة الاحتمال بالصورة المئوية.

i) الحدثان مترابطان.

ii) $P(R \text{ and } B)=P(R)\times P(B \text{ after } R)$

$$P(R)=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$$

$$P(B)=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$$

$$\therefore P(R \text{ and } B)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$$

iii) $\frac{1\times 5}{20\times 5}=\frac{5}{100}=5\%$

تدريب1: أعد حل المثال المجاور، شرط اعادة الكرة المسحوبة اولاً.

تدريب2: اختيرت احدى بطاقات الارقام وتدوير مؤشر القرص الدوار. في الشكل ادناه، جد احتمال ان يكون الناتج على كل منها عدد زوجي.

1	2	3	4	5



اختبار الفصل Chapter Test

1 وزع استبيان على 30 طالب من بين 100 طالب، اجب عما يأتي:

i) حدد العينة والمجتمع الذي اختير منه.

ii) صف اسلوب توزيع الاستبيان.

iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام لا.

2 كيف تميز بين الرسوم البيانية المضللة والرسوم البيانية غير المضللة؟

3 جد ناتج ما يأتي:

i) C_0^5 ii) P_0^5 iii) C_{10}^{10}

iv) P_{10}^{10} v) C_5^7 vi) P_5^7

4 بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من 3 طلاب من بين 8 طلاب؟

5 رمي حجر النرد 25 مرة وكانت النتائج كما موضح في الجدول التالي:

النتيجة	1	2	3	4	5	6
عدد المرات	2	6	3	5	2	7

i) ما نوع الاحتمال؟

ii) جد احتمال ظهور العدد 4.

6 في تجربة رمي حجر النرد مرة واحدة، جد:

i) نوع الاحتمال نظري ام تجريبي.

ii) احتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على 4.

7 وقف مهند في احدى تقاطعات مدينة بغداد، واحصى انواع السيارات عند التقاطع، من بين 20 سيارة شاهدها، احصى 10 سيارات صالون، 7 سيارات نقل صغيرة لنقل الركاب، 3 سيارات حمل.
قدر احتمال ان تكون السيارة التالية التي تجتاز التقاطع سيارة صالون.

تمرينات الفصول

Multiple choice
الاختيار من متعدد

الفصل الرابع

الهندسة الاحداثية

Coordinate Geometric

الفصل الخامس

الهندسة والقياس

Geometric and Measurement

الفصل السادس

الاحصاء والاحتمالات

Statistics and Probabilities

الاختيارُ من متعدد Multiple Choice

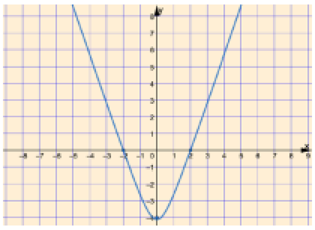
الدرس [4-1] التمثيل البياني للمعادلات في المستوي الاحداثي

Graphical Representation of the Equation in the Coordinate Plane

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 المستقيم الذي معادلته $y = \frac{3}{2}$.

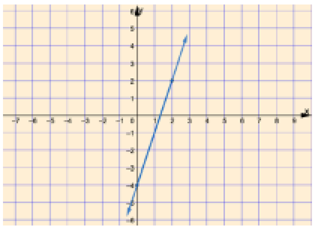
a) يقطع المحورين   b) يوازي محور الصادات   c) يوازي محور السينات   d) لايقطع اي من المحورين



2 اي المعادلات الآتية تعبر عن المعادلة المتمثلة بيانياً جانباً ؟

a) $y = -3x^2$ b) $y = 2x^2 + 4$

c) $y = x^2 - 4$ d) $y = 3x^2 - 4$



3 اي المعادلات الآتية تعبر عن المعادلة المتمثلة بيانياً جانباً ؟

a) $y = 3x + 4$ b) $y = 4x + 3$

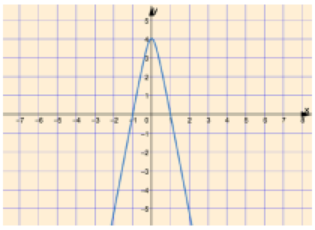
c) $y = -3 + 4$ d) $y = 3x - 4$

4 اي المعادلات الآتية تعبر عن معادلة خطية ؟

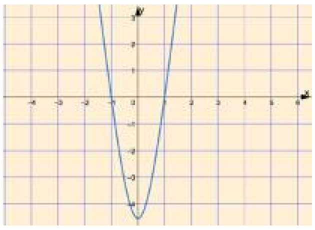
a) $y = x^2 + 1$ b) $y^2 = x + 1$ c) $y^2 = x^2 + 1$ d) $y = x + 1$

5 اي التمثيلات البيانية تعبر عن المعادلة: $y = -x^2 + 4$ ؟

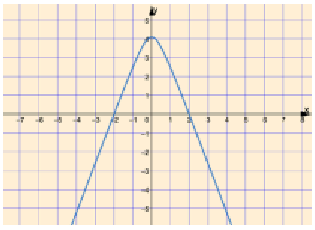
a)



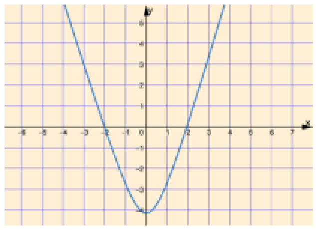
b)



c)

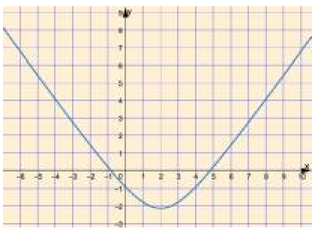


d)



6 لتمثيل المعادلة غير الخطية نحتاج الى :

a) نقطة واحدة على الاقل   b) نقطتان على الاكثر   c) نقطتان فقط   d) ثلاث نقاط على الاقل



7 ما احداثيا رأس المنحني الممثل جانباً ؟

a) (2,-1)   b) (1,2)   c) (2,-2)   d) (0,2)

الدرس [4-2] ميل المستقيم

Slop of a Line

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 أي ميل يعبر عن ميل المستقيم المار بالنقطتين: $(-1,3),(5,-2)$

a) $\frac{5}{6}$ b) $-\frac{6}{5}$ c) $\frac{-5}{6}$ d) $\frac{6}{5}$

2 المستقيم الموازي لمحور الصادات يكون ميله:

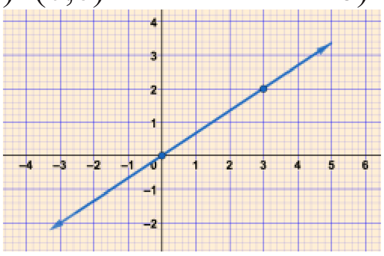
a) صفراً b) غير معرف c) سالب d) موجب

3 المقطع الصادي للمستقيم الذي معادلته $3x-5y=15$ هو:

a) -5 b) 3 c) 5 d) -3

4 نقطة تقاطع المستقيم الذي معادلته $x+y=6$ مع محور السينات هي:

a) (0,6) b) (-6,0) c) (6,0) d) (0,0)



5 اي المستقيمات الآتية تعبر عن المستقيم الممثل جانباً؟

a) $2x-3y=0$ b) $3y+2x=0$ c) $3y-2x=0$ d) $2x+3y=0$

6 المستقيم الموازي لمحور السينات يكون ميله:

a) صفراً b) غير معرف c) سالب d) موجب

7 ما ميل المستقيم $3x-2y=-6$ ؟

a) $-\frac{3}{2}$ b) $-\frac{2}{3}$ c) 3 d) $\frac{3}{2}$

8 ميل المستقيم المار بالنقطتين $(8,-3),(5,-3)$ ؟

a) موجب b) سالب c) صفر d) غير معرف

الدرس [3-4] معادلة المستقيم

The Equation of the Line

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(-1,-7),(-2,-3)$ هي:

a) $y - 4x = -11$ b) $y - 4x = 11$ c) $4y + x = -11$ d) $y + 4x = -11$

2 المستقيم الذي معادلته $y + x = 0$ ، ميله واحدى نقاطه هما:

a) $m = -1, (4,4)$ b) $m = 1, (4,4)$ c) $m = -1, (4,-4)$ d) $m = 1, (-4,-4)$

3 استعمل معادلة المستقيم $y = mx + k$ وجد قيمة k, m للمستقيم $7y - 3x = 21$:

a) $m = \frac{3}{7}, k = -3$ b) $m = \frac{7}{3}, k = 3$ c) $m = \frac{3}{7}, k = -3$ d) $m = \frac{3}{7}, k = 3$

4 اي النقط التالية تقع على المستقيم الذي معادلته: $y + 4x = 0$

a) $(1,4)$ b) $(4,-1)$ c) $(4,1)$ d) $(1,-4)$

5 معادلة المستقيم الذي ميله (1-) ومقطعه الصادي يساوي (2-) هو:

a) $y + x - 2 = 0$ b) $y + x + 2 = 0$ c) $y + x - 2 = 0$ d) $y - x - 2 = 0$

6 ما هي على صورة الميل ـ التقاطع معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(1,6),(-1,-2)$

a) $y = -3x + 6$ b) $y = 4x - 2$ c) $y = 4x + 2$ d) $y = 2x + 4$

7 ثمن وجبة طعام في احد المطاعم 25 الف دينار، مضافاً اليها 3 الاف دينار لكل نوع اضافي من المقبلات، اي المعادلات تمثل ثمن وجبة طعام مع (x) من المقبلات؟

a) $y = 25x + 3$ b) $y = 25x - 3$ c) $y = 3x + 25$ d) $y = 3x - 25$

الدرس [4-4] المستقيمات المتوازية والمتعامدة

Parallel and Perpendicular Lines

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 المستقيم المار بالنقطتين $(1,9), (7,1)$ يوازي المستقيم الذي ميله:

a) $\frac{-3}{4}$ b) $\frac{-4}{3}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{4}{3}$

2 اذا كان m_1, m_2 يمثلان ميلي مستقيمين متعامدين فأن:

a) $m1 + m2 = -1$ b) $\frac{m_1}{m_2} = -1$ c) $m_1 \times m_2 = -1$ d) $m_1 - m_2 = -1$

3 قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(-1,4), (a,-1)$ تساوي $\frac{-5}{3}$ هي:

a) 4 b) -2 c) -4 d) 2

4 معادلة المستقيم المار بالنقطة $(0,3)$ والعمودي على المستقيم الذي ميله $\frac{4}{3}$ هي:

a) $3y + 4x = 12$ b) $3y + 4x = -12$ c) $4y - 3x = 12$ d) $4y + 3x = 12$

5 اذا كان $m_1 = m_2$ يمثلان ميلي المستقيمين L_1, L_2 فأن:

a) $\overleftrightarrow{L_1} \perp \overleftrightarrow{L_2}$ b) $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$ c) $\overleftrightarrow{L_2}, \overleftrightarrow{L_1}$ متقاطعان d) ليس بينهما اي علاقة

6 اي المستقيمات الآتية توازي المستقيم الذي معادلته $6y-5x = 30$

a) $6y + 5x = 30$ b) $5y - 6x = 30$ c) $6y - 5x = 25$ d) $6y + 5x = 25$

7 اي المستقيمات الآتية عمودية على المستقيم الذي معادلته $3y+2x = 6$

a) $3y + 2x = -6$ b) $3y - 2x = -6$ c) $2y + 3x = 6$ d) $2y - 3x = 6$

الدرس [4-5] المسافة بين نقطتين

Distance between two Points

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 المسافة بين نقطتين: $(0,3),(2,-5)$ تساوي:

a) $-2\sqrt{17}$ b) $\sqrt{10}$ c) $17\sqrt{2}$ d) $2\sqrt{17}$

2 نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين $(3,-1),(7,-3)$:

a) $(5,2)$ b) $(-2,5)$ c) $(5,-2)$ d) $(-5,-2)$

3 اذا كانت نقطة منتصف قطعة مستقيم $\overline{AB}$ هي $(2,1)$ حيث $A(a,b), B(3,2)$ فأن قيمة b,a هي:

a) $a=1, b=1$ b) $a=1, b=-1$ c) $a=-1, b=0$ d) $a=1, b=0$

4 قانون المسافة بين النقطتين $(x_2,y_2),(x_1,y_1)$ هو:

a) $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2+y_1)^2}$ b) $\sqrt{(x_2-x_1)^2-(y_2-y_1)^2}$

c) $\sqrt{(x_2+x_1)^2+(y_2+y_1)^2}$ d) $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

5 قانون نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين $(x_2,y_2),(x_1,x_2)$ هو:

a) $(\frac{x_2-x_1}{2},\frac{y_2-y_1}{2})$ b) $(\frac{x_1+x_2}{3},\frac{y_1+y_2}{3})$

c) $(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$ d) $(\frac{y_1+y_2}{2},\frac{x_1+x_2}{2})$

6 النقطة $(2,-2)$ هي منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين:

a) $(-8,-1),(4,-3)$ b) $(8,1),(1,-3)$

c) $(8,1),(4,-3)$ d) $(8,-1),(-4,-3)$

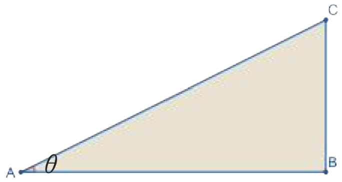
7 باستعمال قانون المسافة: المثلث الذي رؤوسه $A(3,-1), B(-3,3), C(-3,-1)$:

a) متساوي الساقين   b) متساوي الاضلاع

c) مختلف الاضلاع حاد الزوايا   d) مختلف الاضلاع قائم الزاوية

الدرس [6-4] النسب المثلثية

Triangles



اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 من الشكل المجاور النسبة المثلثية $\sin\theta$ تكتب:

a) $\frac{AB}{AC}$ b) $\frac{BC}{AB}$ c) $\frac{BC}{AC}$ d) $\frac{AB}{AC}$

2 ABC مثلث قائم الزاوية في B، اذا كانت $\cos A = \frac{3}{5}$ فأن tanC يساوي:

a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{5}{4}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{3}{4}$

3 اذا كانت $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ فأن قيمة الزاوية θ يساوي:

a) $45°$ b) $60°$ c) $90°$ d) $30°$

4 القيمة العددية للمقدار: $\sin 30° \cos 30°$ تساوي:

a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ d) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

5 مقلوب النسبة $\cos\theta$ هي:

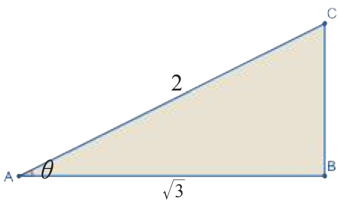
a) $\sin\theta$ b) $\sec\theta$ c) $\csc\theta$ d) $\cot\theta$

6 القيمة العددية للمقدار $(\sec 60°)^2 - (\tan 60°)^2$ تساوي:

a) -1 b) 0 c) 2 d) 1

7 ABC مثلث قائم الزاوية في B كما في الشكل المجاور:

القيمة العددية للمقدار $(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2$ يساوي:



a) -1 b) 0 c) 2 d) 1

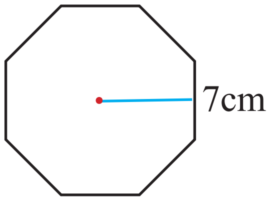
8 اذا كانت $\csc\theta = 2$ فأن قيمة الزاوية θ هي:

a) $45°$ b) $60°$ c) $90°$ d) $30°$

الدرس [1-5] المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)

Polygons and Polyhedrons (Pyramid and Cone)

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:



1 محيط الثماني المنتظم المجاور؟

a) 45.5 cm b) 48 cm c) 38.3 cm d) 56 cm

2 محيط مربع مساحته $225m^2$ هو:

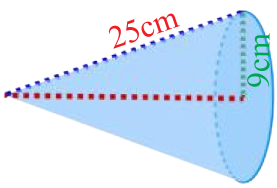
a) 25m b) 20 m c) 15 m d) 60 m

3 محيط خماسي منتظم طول عامده 3m ونصف قطر دائرته 5m هو:

a) 16.2 m b) 40 m c) 16 m d) 10.49 m

4 مساحة سباعي منتظم طول عامده 6cm وطول ضلعه 7.5cm هو:

a) 157.5 cm^2 b) 28.5 cm^2 c) 28 m^2 d) 9975 m^2



5 المساحة الجانبية للمخروط في الشكل المجاور هو:

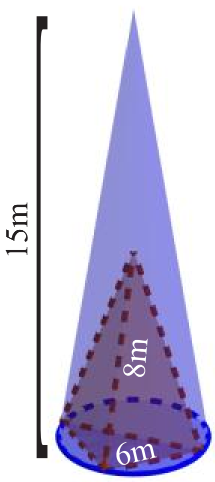
a) 360π cm^2 b) 450π cm^2 c) 369π cm^2 d) 1640π cm^2

6 حجم هرم قاعدته مربعة طول كل ضلع 18cm وارتفاعه 20cm .

a) 2160cm^3 b) 120 cm^3 c) 260 cm^3 d) 134 cm^3

7 المساحة الكلية لمخروط مساحة قاعدته $25\pi cm^2$ وارتفاعه 12cm هو:

a) 108π cm^2 b) 27π cm^2 c) 208π cm^2 d) 155π cm^2



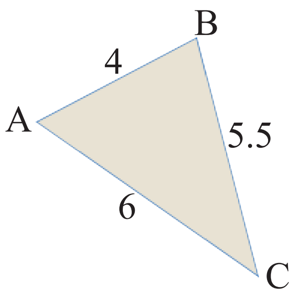
8 الفرق بين حجم المخروطين هو:

a) 27π m^3 b) 75π m^3 c) 48π m^3 d) 21π m^3

الدرس [5-2] المثلثات

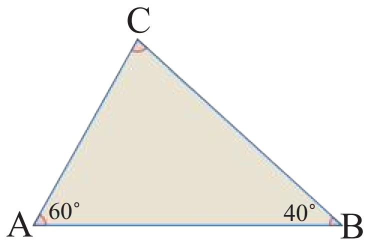
Triangles

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:



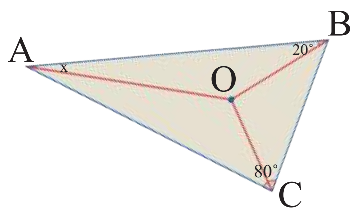
1 رتب الزوايا من الاصغر الى الاكبر في المثلث المجاور:

a $m\angle C, m\angle A, m\angle B$
b. $m\angle A, m\angle B, m\angle C$
c. $m\angle B, m\angle C, m\angle A$
d. $m\angle C, m\angle B, m\angle A$



2 رتب الاضلاع من الاطول الى الاقصر في المثلث المجاور:

a. $\overline{BC}, \overline{AC}, \overline{AB}$
b. $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$
c. $\overline{AC}, \overline{BC}, \overline{AB}$
d. $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}$



3 اذا كانت O هي نقطة التقاء منصفات زوايا المثلث ABC في الشكل المجاور فان قيمة x هي:

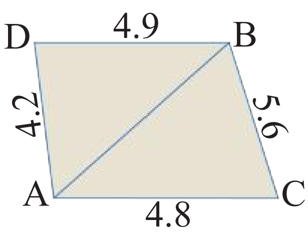
a) 20° b) 40° c) 30° d) 50°

4 المثلث ABC فيه $\overline{AD}, \overline{CE}$ قطعتان متوسطتان تلتقيان في نقطة O، AD=36cm, CE=24cm، فان قيمة $\overline{OE}$ ، علماً ان رأس المثلث هو النقطة B هي:

a) 8 cm b) 24 cm c) 16 cm d) 12 cm

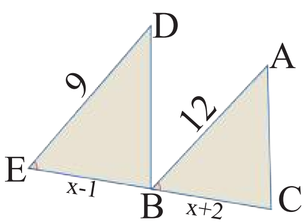
5 في السؤال (4) قيمة $\overline{AO}$ هي:

a) 6 cm b) 12 cm c) 24 cm d) 14 cm



6 نسبة التشابه بين المثلثين ADB,ACB هي:

a. $\frac{8}{7}$ b. $\frac{7}{8}$
c. 7 d. 8



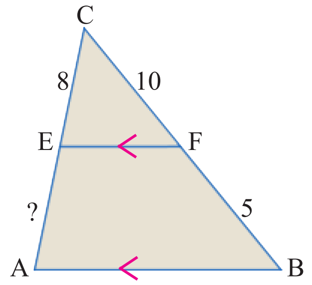
7 اذا كانت المثلثان DEB,ABC متشابهان وكانت الزاويتان.
$m\angle ABC \cong m\angle DEB$
فأن قيمة x هي:

a) 8 b) 12 c) 10 d) 6

الدرس [5-3] التناسب والقياس في المثلثات

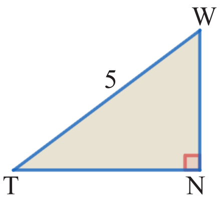
Proportion and Measure in Triangles

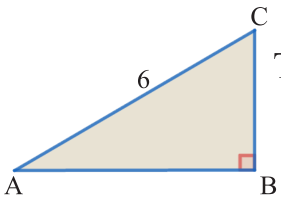
اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:



1 اذا كان $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ فأن طول القطعة المستقيمة AE هو:

a) 4 b) 5 c) 2 d) 10

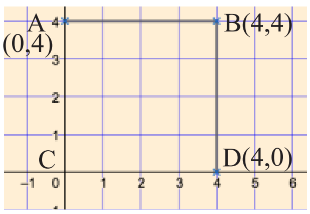




2 اذا كان $\triangle ACB \sim \triangle TWN$ ، اذا علمت ان ارتفاع المثلث TWN هو (3)، فأن مساحة المثلث ABC هي:

a) 6.57 b) 6 c) 7 d) 8

تم رسم الصورة بعد تحويلها بتناسب هندسي نسبته $\frac{4}{3}$ فتكون كما في الرسم المجاور:



اختر الإجابة الصحيحة للاسئلة (4-7):

3 احداثيات النقطة A قبل التحويل هي:

a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

4 احداثيات النقطة B قبل التحويل هي:

a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

5 احداثيات النقطة C قبل التحويل هي:

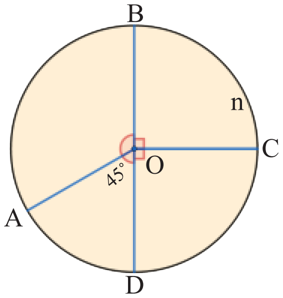
a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

6 احداثيات النقطة D قبل التحويل هي:

a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

الدرس [4-5] الدائرة

The Circle



انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للاسئلة (4-1):

1 قياس الزاوية $\angle AOB$ هو:

a) 180°　　b) 135°　　c) 90°　　d) 45°

2 قياس القوس $\overset{\frown}{AB}$ هو:

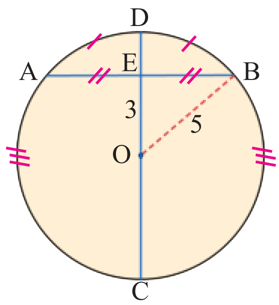
a) 180　　b) 90　　c) 135　　d) 45

3 قياس القوس $\overset{\frown}{ABC}$ هو:

a) 180　　b) 90　　c) 225　　d) 135

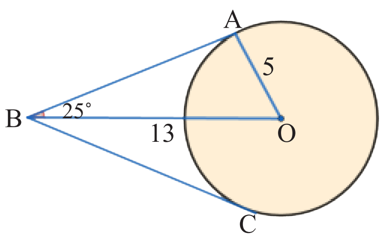
4 قياس القوس $\overset{\frown}{BC}$ هو:

a) 90　　b) 42　　c) 45　　d) 135



5 طول الوتر AB في الشكل المجاور هو:

a) 12　　b) 10　　c) 6　　d) 8



انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للاسئلة (7-6):

6 قياس $\angle AOB$ هو:

a) 115°　　b) 120°　　c) 65°　　d) 90°

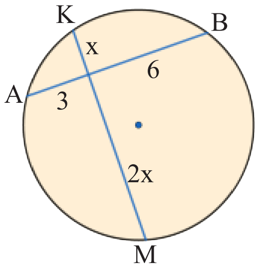
7 طول القطعة المستقيمة BC هو:

a) 10　　b) 14　　c) 12　　d) 5

الدرس [5-5] المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة

Triangle and Circle Line Segments and Circle

انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للاسئلة (1-2):



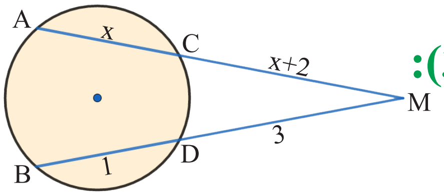
1 قيمة x هي:

a) 2 b) 6 c) 9 d) 3

2 طول الوتر $\overline{MK}$ هو:

a) 12 b) 9 c) 5 d) 4

انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للاسئلة (3-5):



3 قيمة x هي:

a) 2 b) 3 c) 1 d) 4

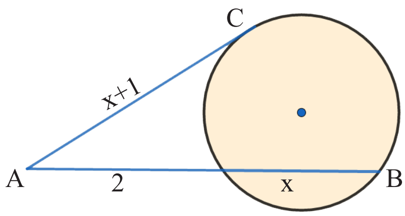
4 طول $\overline{BM}$ هو:

a) 4 b) 6 c) 5 d) 2

5 طول $\overline{AM}$ هو:

a) 4 b) 2 c) 6 d) 3

انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للاسئلة (6-8):



6 قيمة x هي:

a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) 0

7 طول المماس هو:

a) $\sqrt{2}+1$ b) $\sqrt{3}+1$ c) 4 d) $\sqrt{5}+1$

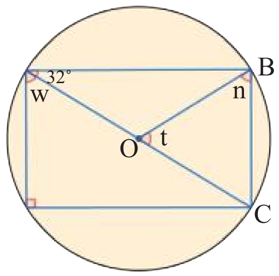
8 طول $\overline{AB}$ هو:

a) $\sqrt{3}+6$ b) $\sqrt{3}+2$ c) $\sqrt{3}+5$ d) $\sqrt{3}+4$

الدرس [5-6] الزوايا والدائرة

Angles and Circle

انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للاسئلة (1-3):



1 قياس الزاوية W هو:

a) 45° b) 30° c) 90° d) 32°

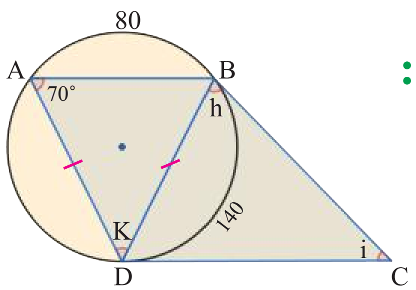
2 قياس الزاوية t هو:

a) 45° b) 64° c) 32° d) 48°

3 قياس الزاوية n هو:

a) 45° b) 64° c) 32° d) 58°

انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للاسئلة (4-6):



4 قياس الزاوية h هو:

a) 70° b) 72° c) 90° d) 80°

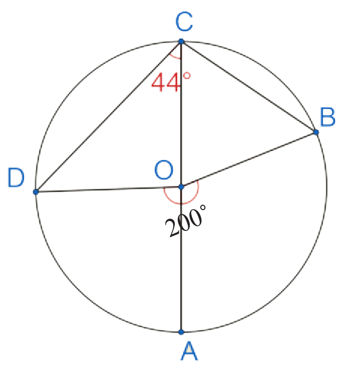
5 قياس الزاوية i هو:

a) 39° b) 70° c) 40° d) 45°

6 قياس الزاوية k هو:

a) 70° b) 30° c) 40° d) 78°

انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للسؤال (7):



7 قياس القوس $\widehat{AB}$ هو:

a) 56 b) 28 c) 65 d) 82

الدرس [6-1] تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها

Design a Survey Study and Analysis its Results

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 أي مقاييس النزعة المركزية (ان وجدت)؟ هو الانسب للبيانات التالية:

8, 8, 12, 11, 15, 15, 16, 21, 23, 27, 31, 70.

d) الوسط الحسابي c) الوسيط b) المنوال a) المدى

2 أي مقاييس النزعة المركزية (ان وجدت)؟ هو الانسب للبيانات التالية:

2, 3, 4, 5,6, 7.

d) الوسط الحسابي c) الوسيط b) المنوال a) المدى

3 أي مقاييس النزعة المركزية (ان وجدت)؟ هو الانسب للبيانات التالية:

18, 1, 3, 16, 23, 3, 2.

d) الوسط الحسابي c) الوسيط b) المنوال a) المدى

4 المدى للبيانات الآتية: 18, 22, 24, 32, 18, 24 هو:

a) 18 b) 32 c) 14 d) 50

5 اي المقياس ليس من مقاييس النزعة المركزية؟

d) الوسط الحسابي c) الوسيط b) المنوال a) المدى

6 القيمة المتطرفة لهذه البيانات: 3 ,5 ,6 ,5 ,5 ,3 ,30 ,4

a) 3 b) 5 c) 5 d) 30

7 يكون الوسيط هو انسب مقاييس النزعة المركزية للبيانات التي:

d) لاتوجد قيم متطرفة توجد فجوات كبيرة وسطها

c) توجد قيم متطرفة لاتوجد فجوات كبيرة وسطها

b) لاتوجد قيم متطرفة لاتوجد فجوات كبيرة وسطها

a) توجد قيم متطرفة توجد فجوات كبيرة وسطها

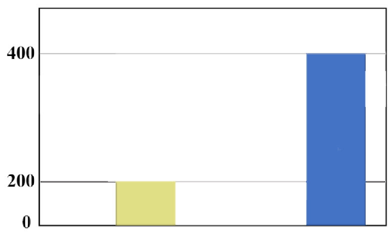
الدرس [2-6] البيانات والاحصاءات المضلّلة

Graphs and Misleading Statics

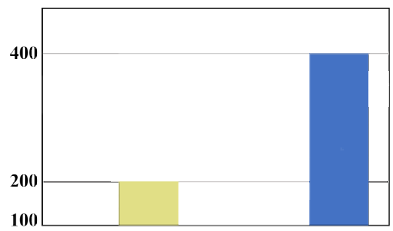
اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 اي رسم بياني هو الافضل في تمثيل بيانات معينة:

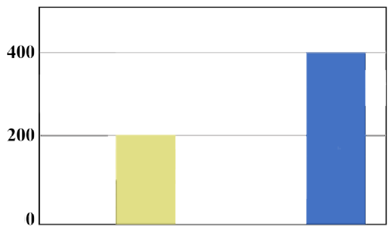
a)



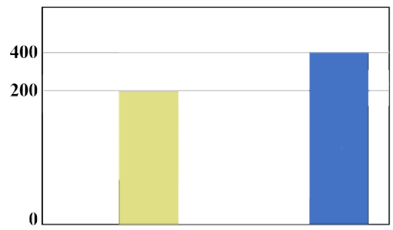
b)



c)



d)



2 الرسم البياني يكون مضلّل:

a) يبدأ من الصفر والفترات غير متساوية

b) لايبدأ من الصفر والفترات غير متساوية

c) لايبدأ من الصفر والفترات متساوية

d) يبدأ من الصفر والفترات متساوية

3 في استطلاع شمل 6 مدرسين حول الدوام، افاد 4 منهم انهم يفضلون الدوام الصباحي. كتب المستطلع ان: (يفضل 2 مدرس من كل 3 مدرسين الدوام الصباحي) لماذا يعد هذا الاعلان مضلّلاً؟

a) العينة كبيرة جداً

b) يجب ان تشمل العينة عمال بناء

c) العينة صغيرة جداً

d) يجب ان تكون الجملة (يفضل به مدرس من كل مدرسين)

4 في محل تجاري عرض نوع من الاجبان على 12 شخص لتقويمه قبل عرضه، ابدى 6 منهم اعجابهم بالمنتج، بناءً على ذلك صرح المنتج «ان المنتج جيد لان نسبة الذين فضلوه كانت 6 الى 3».

a) البيانات غير مضلّلة لان نسبة 6 الى 3 نسبة كبيرة

b) البيانات غير مضلّلة لان نسبة الذين اعجبوا بالجبنة ضعف عدد الباقين

c) البيانات مضلّلة رغم ان عدد الذين اعجبوا بالجبنة ضعف عدد الباقين

d) البيانات مضلّلة لان العينة التي اختيرت متوسطة الحجم

الدرس [6-3] التباديل والتوافيق

Permutation and Compilation

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 القيمة العددية للمقدار $(5!-3!)(0!)$ تساوي:

a) 2   b) 0   c) 114   d) ليس اياً منها

2 قيمة C_1^{51} تساوي:

a) 1   b) 51   c) 50   d) ليس اياً منها

3 قيمة P_0^{100} تساوي:

a) 100   b) 100!   c) 0   d) 1

4 عدد طرق تشكيل لجنة رباعية من 5 اشخاص لكل منهم وظيفة خاصة:

a) P_4^5 b) 5!   c) 4!   d) C_4^5

5 قيمة المقدار $\frac{n!}{(n-2)!}$ تساوي:

a) n!   b) (n-2)!   c) n (n-1)!   d) n(n-1)

6 عدد طرق اختيار 5 اسئلة من ورقة امتحان تحتوي على 7 اسئلة هو:

a) 7   b) 5   c) 2!   d) 21

7 القيمة العددية للمقدار $\frac{(8-3)!}{(3+2)!}$ هي:

a) 4!   b) 3!   c) 2!   d) 1!

8 قيمة المقدار $C_0^n + P_0^n$ تساوي:

a) 1   b) 2   c) 0   d) 0

الدرس [6-4] الاحتمال والتجريبي والاحتمال والنظري
Experimental Probability and Theoretical Probability

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 اذا كان E_1, E_2 حدثان متنافيان فان $P(E_1 \text{ or } E_2)$ تساوي:

a) $P(E_1) - P(E_2)$ b) $P(E_1) \times P(E_2)$ c) $P(E_1) + P(E_2)$ d) $\frac{P(E_1)}{P(E_2)}$

2 سجل احمد 20 اصابة للهدف من 25 محاولة، أي نسبة مئوية للاحتمال التجريبي ان يسجل احمد الهدف في المحاولة التالية؟

a) 50%   b) 60%   c) 70%   d) 80%

3 اطلقت تمارة مؤشر القرص المقابل مرة واحدة، أي نسبة مئوية للاحتمال النظري ان يدل المؤشر على اللون الابيض.



a) 35%   b) 30%   c) 12.5%   d) 20%

4 عند رمي حجري النرد مرة واحدة، احتمال الحصول على عددين مجموعهما 3 او حاصل ضربهما 3 هو:

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{2}{3}$ d) 1

5 E_1, E_2 حدثان متنافيان، اذا كان $P(E_1 \text{ or } E_2) = \frac{5}{6}$ وان $P(E_2) = \frac{2}{3}$ فان $P(E_1)$ يساوي:

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{5}$

6 عند رمي حجري النرد، احتمال الحصول على عددين مجموعهما 13 هو:

a) 3   b) 2   c) 1   d) 0

الدرس [6-5] الاحداث المركبة

Compound Events

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 E_1, E_2 حدثان مستقلان، حيث $P(E_1) = 0.3$ وان $P(E_2) = 0.9$ فان احتمال حدوث E_1, E_2 معاً هو:

a) 1.2　　b) 0.6　　c) 0.27　　d) 0.3

2 رمى مصطفى حجر نرد وقطعة نقود، احتمال ظهور رقم اكبر من 5 على حجر النرد والكتابة على قطعة النقود هو:

a) $\frac{2}{3}$　　b) $\frac{1}{3}$　　c) $\frac{1}{12}$　　d) 3

3 صندوق فيه 5 كرات حمر، 4 كرات خضر.
E_1: سحب كرة حمراء، E_2: سحب كرة خضراء دون اعادة الحمراء. فان احتمال حدوثهما معاً هو:

a) $\frac{10}{9}$　　b) $\frac{5}{18}$　　c) $\frac{19}{18}$　　d) $\frac{1}{18}$

4 E_1, E_2 حدثان مترابطين فان احتمال وقوعهما معاً هو:

a) $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) + P(E_2 \text{ after } E_1)$

b) $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) + P(E_2 \text{ before } E_1)$

c) $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$

d) $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_1 \text{ after } E_2)$

5 العلاقة $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$ بين الحدثان E_1, E_2 حيث هما:

a) لاتوجد علاقة بينهما　　b) مستقلان　　c) مترابطان　　d) غير ذلك

6 E_1, E_2 حدثان متنافيان حيث: $P(E_1) = 0.15$, $P(E_2) = 0.45$ ، فأن احتمال حدوث E_1 او E_2 هو:

a) 0.0675　　b) 3　　c) 0.6　　d) 0.3

المحتوى

الفصل الرابع : الهندسة الاحداثية

الفصل الخامس : الهندسة والقياس

الفصل السادس : الاحصاء والاحتمالات

الخطة الدراسية لتوزيع الحصص

الفصل الرابع	عدد الحصص
الاختبار القبلي	1
الدرس [4-1]	3
الدرس [4-2]	3
الدرس [4-3]	3
الدرس [4-4]	3
الدرس [4-5]	3
الدرس [4-6]	3
الدرس [4-7]	2
مراجعة الفصل	1
اختبار الفصل	1
المجموع	23

الفصل الخامس	عدد الحصص
الاختبار القبلي	1
الدرس [5-1]	3
الدرس [5-2]	3
الدرس [5-3]	3
الدرس [5-4]	3
الدرس [5-5]	3
الدرس [5-6]	3
الدرس [5-7]	2
مراجعة الفصل	1
اختبار الفصل	1
المجموع	23

الفصل السادس	عدد الحصص
الاختبار القبلي	1
الدرس [6-1]	3
الدرس [6-2]	3
الدرس [6-3]	3
الدرس [6-4]	3
الدرس [6-5]	3
الدرس [6-6]	2
مراجعة الفصل	1
اختبار الفصل	1
المجموع	20